Colección Lambda

Expresiones Algebraicas II

Teoría y práctica

Factorización
División
Fracciones



ÁLGEBRA



Juan Carlos Ramos Leyva

Entremos juntos en este apasionante dominio del álgebra

EXPRESIONES ALGEBRAICAS II

DIVISIÓN FACTORIZACIÓN Y FRACCIONES

Teoría y Problemas Selectos

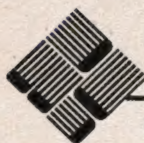
Juan Carlos Ramos Leyva

GRUPO EDITORIAL



Megabyte

E&M



Megabyte *s.a.c*

GRUPO EDITORIAL

Primera Edición 2016

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N° 2015-19028 (Ley N° 26905 / D.S. N° 017-98-ED)
R.U.C. N° 20507993444

Autor

Lic. Juan Carlos Ramos Leyva

Diseño de carátula y Diagramación

© Departamento de Edición y Producción GEM

Expresiones Algebraicas II



Distribución y Ventas
Jr. Rufino Torrico 889 of. 208 - Cercado de Lima
Telefax: 332-4110

www.editorialmegabyte.com

E&M

Presentación

Quizá todas las personas concidan en pensar que mientras tengamos vida podemos, si nos proponemos, vencer todo obstáculo existente, en ocasiones con ayuda de un ser querido o un buen amigo que sepa encaminarte cuando te creas perdido.

La vida es una constante de retos que debemos enfrentar con éxito, cada día que pasa es un triunfo para nosotros, debemos dejar de lado el pasado vivir bien el presente, pues de ello depende nuestro futuro.

La presente es una obra que me animé a escribir con el único objetivo de cubrir ese vacío existente de material teórico - práctico no tan riguroso, pero si ceñido a la formalidad que la ciencia exige.

El contenido de esta obra vincula tres etapas bien definidas.

1. Exposición de la teoría clara y concreta acompañada de ejercicios de aplicación.
2. Serie de ejercicios y problemas resueltos ordenados secuencialmente según el grado de dificiultad.
3. Serie de ejercicios y problemas propuestos.

Sin lugar a duda esta obra permitirá que el estudiante asimile un mayor dominio de este tema tan importante dentro de la matemática.

Finalmente agradezco una vez más al Grupo Editorial **Megabyte** por hacer posible esta publicación esperando que tenga la misma acogida que las presentadas anteriormente, me despido de todos mis amigos, estudiantes y colegas de quienes siempre espero sus críticas que para mi es muy grato.

Hasta pronto.

Lic. Juan Carlos Ramos Leyva

Índice

EXPRESIONES ALGEBRAICAS II

1. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

1.1) DEFINICIÓN: Dados los polinomios D(x) y d(x) tal que $[D]^{o} \geq [d]^{o}$ la división denotada por $D(x) \div d(x)$ ó $\frac{D(x)}{d(x)}$ es la operación matemática que tiene por objetivo determinar un nuevo polinomio Q(x) llamado cociente y como consecuencia otro polinomio R(x) denominado residuo de modo que verifiquen la siguiente relación:

$$D(x) \equiv d(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

denominada identidad fundamental de la división, donde:
D(x) = dividendo; d(x) = divisor, Q(x) = cociente; R(x) = residuo o resto

1.2) CLASES DE DIVISIÓN

1.2A) EXACTA: Si el residuo es cero, es decir $R(x) = 0$

1.2B) INEXACTA: Si el residuo es diferente de cero, es decir $R(x) \neq 0$

1.3) PROPIEDADES REFERIDAS AL GRADO:

1.3A) El grado del cociente se obtiene mediante la diferencia entre los grados del dividendo y divisor.

$$[Q]^{o} = [D]^{o} - [d]^{o}$$

1.3B) El grado del residuo siempre será menor que el grado del divisor.

$$[R]^{o} < [d]^{o}$$

1.3C) El máximo valor que puede alcanzar el grado del residuo será igual al grado del divisor disminuido en la unidad.

$$[R]^{o}\text{máx} = [d]^{o} - 1$$

2. MÉTODOS PARA EFECTUAR UNA DIVISIÓN ENTRE POLINOMIOS

2.1) MÉTODO DE HORNER: Sólo considera a los coeficientes de los polinomios dados, los cuales deberán ser completos y ordenados inicialmente en forma decreciente. En el esquema se deberá considerar lo siguiente:

El primer coeficiente del divisor se coloca con su mismo signo, mientras que los otros van con signo cambiado.

La línea (vertical) que separa los coeficientes del cociente con los coeficientes del residuo se traza a partir de la derecha contando una cantidad de espacios numericamente igual al grado del divisor.

Veamos un ejemplo; sea la división

$$\frac{a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1 + e_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}$$

Nótese que los polinomios:

$D(x) = a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1$; $d(x) \equiv a_2x^2 + b_2x + c_2$

ya estan completos y ordenados, luego en el esquema se tendrá:

a_2	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
$-b_2$		●	●		
$-c_2$			■	■	
				▲	▲
	Q_1	Q_2	Q_3	R_1	R_2

Coef. del cociente (Q_1, Q_2, Q_3) — Coef. del residuo (R_1, R_2)

Ejercicio 1

Dividir: $\dfrac{6x^4 - 23x^2 - 19x + 8}{2x^2 - 4x - 1}$

Resolución:

Completando y ordenando a los polinomios dados, tenemos:

$D(x) \equiv 6x^4 - 23x^2 - 19x + 8$ ¡Falta el término cúbico! se completará con coeficiente cero, veamos.

$D(x) \equiv 6x^4 + 0x^3 - 23x^2 - 19x + 8$

$d(x) = 2x^2 - 4x - 1$

Ahora en el esquema se tendrá:

2	6	0	−23	−19	8
4		12	3		
1			24	6	
				8	2
	3	6	2	−5	10

De donde:

$Q(x) \equiv 3x^2 + 6x + 2 \wedge R(x) \equiv -5x + 10$

2.1A) PROPIEDAD: Si una división es exacta al utilizar el método de Horner, los polinomios dados podrán ser ordenados en forma creciente.

2.2 MÉTODO DE RUFFINI:

Se utiliza cuando el divisor es un binomio de primer grado, es decir: $d(x) \equiv ax + b$. En el es esquema se deberá considerar lo siguiente:

* El número ubicado entre barras en la parte izquierda es el valor de x cuando el divisor se iguala a cero.
* La línea punteada siempre se traza delante del último número de la horizontal.
* Para obtener los coeficientes del cociente, se deberá dividir por "a" a todos los coeficientes de la expresión algebraica, veamos un ejemplo;

Sea la división:

$$\frac{a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1}{ax + b}$$

observa que el dividendo ya esta completo y ordenado en forma decreciente.

$$D(x) \equiv a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1$$

$$d(x) \equiv ax + b \rightarrow ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Ahora en el esquema se tendrá:

	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
$-\frac{b}{a}$					
	E_1	E_2	E_3	E_4	RESTO

Coef. de la expresión algebraica (E_1, E_2, E_3, E_4)

si: $a = 1$

E_1, E_2, E_3 y E_4 son los coeficientes del cociente

si: $a \neq 1$

$\frac{E_1}{a}, \frac{E_2}{a}, \frac{E_3}{a}$ y $\frac{E_4}{a}$ serán los coeficientes del cociente.

Ejercicio 2

Dividir: $\dfrac{2x^3 + 4x^2 - 5x + 1}{x + 1}$

Resolución:

$D(x) \equiv 2x^3 + 4x^2 - 5x + 1 \wedge d(x) \equiv x + 1$

Observar que en la forma del divisor tenemos $a = 1$, esto implica que en el esquema saldrán directamente los coeficientes del cociente.

$d(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

	2	4	−5	1
−1	↓	−2	−2	7
	2	2	−7	8

De donde:

$$Q(x) \equiv 2x^2 + 2x - 7 \wedge R(x) \equiv 8$$

Ejercicio 3

Dividir: $\dfrac{8x^4+10x^3-5x+1}{4x-3}$

Resolución:
Completando y ordenando al dividendo
$D(x)\equiv 8x^4+10x^3+0x^2-5x+1$
$d(x)\equiv 4x-3$ observar que en la forma del divisor tenemos $a\neq 1$ $(a=4)$, luego en el esquema los coeficientes de la expresión se deberán dividir por 4.

$d(x)=0 \Leftrightarrow 4x-3=0 \Rightarrow x=\dfrac{3}{4}$

	8	10	0	−5	1
$\frac{3}{4}$	↓	6	12	9	3
	8	16	12	4	4

$\div 4$: 2 4 3 1 (Coef. del cociente)

$Q(x)\equiv 2x^3+4x^2+3x+1 \wedge R(x)\equiv 4$

3. TEOREMA DEL RESTO

3.1) DEFINICIÓN: Es una regla práctica que permite determinar en forma directa al residuo de cierta división. El teorema del resto inicialmente dado por Rene Descartes formula por enunciado lo siguiente "En toda división de la forma $P(x)\div(ax+b)$ el residuo es igual que el valor numérico de $P(x)$ cuando $x=-\dfrac{b}{a}$".
Es decir:

$$\frac{P(x)}{ax+b} \Rightarrow \text{Resto}=P\left(-\frac{a}{b}\right)$$

Ejercicio 4

Determine el residuo de dividir:

$$\frac{x^7+2x^5-x+1}{x-1}$$

Resolución:
Por el teorema del resto: $x-1=0$
$x=1$

El polinomio es $P(x)\equiv x^7+2x^5-x+1$

El residuo es: $P(1)=(1)^7+2(1)^5-(1)+1$
$P(1)=1+2-1+1$
$\therefore R(x)=3$

> ***Observación:*** En la actualidad el teorema del resto se podrá aplicar para un divisor de grado arbitrario teniendo en cuenta los siguientes pasos:
> **1ero)** Se iguala el divisor a cero, despejando sólo por transposición de términos letras de números (variables de constantes)
> **2do)** El valor numérico obtenido para la parte literal se reemplaza en el dividendo, dando como resultado el residuo de la división.

Ejercicio 5

Determinar el residuo de la división:

$$\frac{x^5+2x^4+x^3-x+2}{x^2+2}$$

Resolución:

Por el teorema del resto: $x^2+2=0$
$x^2=-2$

Ahora en el dividendo se deberá buscar a x^2 para luego reemplazarlo por -2, veamos:



$D(x) \equiv x^5 + 2x^4 + x^3 - x + 2$

$D(x) \equiv (x^2)^2 \cdot x + 2(x^2)^2 + (x^2)x - x + 2$

Reemplazando x^2 por – 2

$R(x) \equiv (-2)^2 \cdot x + 2(-2)^2 + (-2)x - x + 2$

$R(x) \equiv 4x + 8 - 2x - x + 2$

$\therefore\ R(x) \equiv x + 10$

3.2) TEOREMA ADICIONAL: Si al dividendo y al divisor se le multiplica (o divide) simultáneamente por una expresión diferente de cero, el cociente no se altera pero el residuo quedará multiplicado (o dividido) por dicha expresión.

* División inicial:

$\frac{D}{d}$ → Q, R

* División final:

$\frac{D.k}{d.k}$ → Q, R'=R.k

> ***Observación:*** Al teorema adicional también se le conoce como Restos especiales.

3.3) PROPIEDADES ADICIONALES:

3.3A) Si R es el residuo de dividir P(x) entre (x – a), entonces: R = P(a).

3.3B) Si al dividir un polinomio en forma separada por dos o más expresiones primos entre sí se obtiene siempre el mismo residuo R, la división de dicho polinomio por el producto de todas las expresiones mencionadas también dejará residuo R.

4. DIVISIBILIDAD ENTRE POLINOMIOS

4.1) DEFINICIÓN: Dados los polinomios P(x) y d(x) tal que $[D]^o \geq [d]^o$, se dice que P(x) es divisible por d(x) si la división de P(x) entre d(x) es exacta

* ¿Será $P(x) = x^3 - 6x^2 + x + 4$ divisible por (x – 1)?

Hallemos el residuo de la división: $\frac{P(x)}{x-1}$ por el teorema del resto:

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$R(x) \equiv (1)^3 - 6(1)^2 + (1) + 4$

$R(x) \equiv 1 - 6 + 1 + 4 \rightarrow R(x) \equiv 0$

Como la división es exacta se podrá afirmar que P(x) es divisible por (x – 1).

4.2) TEOREMAS:

4.2A) Si P(x) es divisible por d(x), matemáticamente se relacionan de la manera siguiente:

$$P(x) \equiv d(x) \cdot Q(x)$$

4.2B) Si un polinomio es divisible en forma separada por dos o más expresiones primos entre sí, dicho polinomio también será divisible por el producto de todas las expresiones mencionadas.

Dado el polinomio P(x) y las expresiones primos entre sí: (x + a) y (x + b), luego si:

$P(x) \div (x + a) \rightarrow R(x) \equiv 0$

$P(x) \div (x + b) \rightarrow R(x) \equiv 0$

Entonces:

$P(x) + [(x + a)(x + b)] \rightarrow R(x) \equiv 0$

Corolario: Si un polinomio es divisible por el producto de dos o más expresiones primos entre sí, dicho polinomio también será divisible por cada una de las expresiones mencionadas.

Dado el polinomio P(x) y las expresiones primos entre sí (x + a) y (x + b), luego si:

$P(x) \div [(x+a)(x+b)] \rightarrow R(x) \equiv 0$

Entonces:

$P(x) \div (x+a) \rightarrow R(x) \equiv 0$

$P(x) \div (x+b) \rightarrow R(x) \equiv 0$

5. DIVISIONES NOTABLES

5.1) DEFINICIÓN

Son divisiones entre binomios que presentan la siguiente forma:

$$\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}; n \in \mathbb{N} / n \geq 2$$

5.2) COCIENTE NOTABLE: (C-N) Es el cociente de una división notable exacta

¿La división $\frac{x^5 - y^5}{x - y}$ origina un cociente notable?

Hallemos el residuo de la división, según el teorema del resto: $x - y = 0$

$x = y$

$R(x) \equiv (y)^5 - y^5 \equiv y^5 - y^5 \rightarrow R(x) \equiv 0$

Como la división es exacta, se podrá afirmar que dicha división origina un cociente notable.

6. ESTUDIO DE LOS COCIENTES NOTABLES

6.1) $\forall\, n \in \mathbb{N} / n \geq 2$

$\frac{x^n - y^n}{x - y}$ origina cociente notable cuyos términos presentan signos positivos.

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \ldots + y^{n-1}$$

6.2) $\forall\, n \in \mathbb{N} / n = \text{impar}$

$\frac{x^n + y^n}{x + y}$ origina cociente notable cuyos términos presentan signos alternados (+, −, +, ..., +)

$$\frac{x^n + y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - ... + y^{n-1}$$

6.3) $\forall\ n \in \mathbb{N}\ \ n = \text{par}$

$\frac{x^n - y^n}{x + y}$ origina cociente notable cuyos términos presentan signos alternados (+, −, +, ..., −)

$$\frac{x^n - y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - ... - y^{n-1}$$

Observación: La división $\frac{x^n + y^n}{x - y}$ jamás origina cociente notable ¿Por qué? porque su residuo es diferente de cero.

6.4) PROPIEDADES: Si la división $\frac{x^m \pm y^p}{x^a \pm y^b}$ origina un cociente notable, se cumple que:

6.4A) El número de términos "n" del cociente notable verifica

$$n = \frac{m}{a} = \frac{p}{b}$$

6.4B) En el cociente notable los exponentes de x van disminu-yendo de "a" en "a", mientras que los exponentes de y van aumentando de "b" en "b".

* Para el cociente notable de $\frac{x^8 - y^{12}}{x^2 - y^3}$:

$$n = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} \rightarrow n = 4$$

$$CN \equiv x^6 + x^4y^3 + x^2y^6 + y^9$$

7. FÓRMULA DEL TÉRMINO DE LUGAR K(T_K) EN UN COCIENTE NOTABLE

Dada la división $\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$; $n \in \mathbb{N} / n \geq 2$ que genera cociente notable, tenemos:

$$\tau_k = (\text{signo})x^{n-k}y^{k-1}$$

Donde:

τ_k = Término de lugar k

n = Número de términos en el cociente

x = Primer término del divisor

y = Segundo término del divisor

Observación: Para el signo se tendrá en cuenta lo siguiente:
1ero) Si el divisor es de la forma $(x-y)$, todos los términos tendrán signo positivo.
2do) Si el divisor es de la forma $(x+y)$, los términos de lugar impar tendrán signos positivos, mientras que los de lugar par tendrán signos negativos.

Ejercicio 6

Encontrar el quinto y ocatvo término del cociente notable de dividir.

$$\frac{x^{26}+y^{39}}{x^2+y^3}$$

Resolución:

Observa que: $n=\frac{26}{2}=\frac{39}{3}\rightarrow n=13$

Hallemos el quinto término $\tau_5\rightarrow k=5$

$$\tau_5=(\text{signo})\left[x^2\right]^{13-5}\left[y^3\right]^{5-1}$$

$$\tau_5=(\text{signo})\left[x^2\right]^{8}\left[y^3\right]^{4}$$

De acuerdo con la observación el signo que le corresponde es (+), veamos:

$$\tau_5=(+)\left[x^2\right]^{8}\left[y^3\right]^{4}\ \therefore\ \tau_5=x^{16}y^{12}$$

Hallemos el octavo término: $\tau_8\rightarrow k=8$

$$\tau_8=(\text{signo})\left[x^2\right]^{13-8}\left[y^3\right]^{8-1}$$

$$\tau_8=(\text{signo})\left[x^2\right]^{5}\left[y^3\right]^{7}$$

De acuerdo con la observación el signo que le corresponde es (–), veamos:

$$\tau_8=(-)\left[x^2\right]^{5}\left[y^3\right]^{7}\ \therefore\ \tau_8=-x^{10}y^{21}$$

Adicional: Si en un cociente notable se quiere determinar el término de lugar k contado a partir del extremo final (derecha a izquierda) se tendrá en cuenta a la siguiente relación:

$$\tau_8^{*}=\overleftarrow{\tau}_K=(\text{signo})x^{k-1}y^{n-k}$$

Donde el signo dependerá de un análisis que involucra al divisor:

7.1) PROPIEDAD:

Sea $\frac{x^n\pm y^n}{x\pm y}$ una división que origina cociente notable, si n es impar existe un término central cuyo lugar se determina así $\frac{n+1}{2}$.

8. FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS EN Z

8.1) DEFINICIÓN: Es el proceso mediante el cual un polinomio de coeficientes enteros se representa como la multiplicación de dos o más nuevos polinomios también de coeficientes enteros.

Ejemplo:

Para el polinomio: $P(x)\equiv 4x^2-9$
Diferencia de cuadrados:

$P(x)\equiv(2x)^2-3^2$
$P(x)\equiv(2x+3)(2x-3)$
¡Ya esta factorizado!

$\therefore\ \mathbf{4x^2-9<>(2x+3)(2x-3)}$

8.2) FACTOR PRIMO EN $\mathbb{Z}$:
Es cualquier polinomio de coeficientes enteros que no admite factorización.



* $P(x) \equiv x^2 - 2$ Es un factor primo en $\mathbb{Z}$.
* $F(x) \equiv x^2 + 1$ Es un factor primo en $\mathbb{Z}$.
* $M(x) \equiv 4x^2 - 1$ ¡No es un factor primo en $\mathbb{Z}$.

Es decir acepta factorización en $\mathbb{Z}$.

8.3) FACTOR O DIVISOR

Dado un polinomio se dice que un factor o divisor de este es cualquier otro polinomio contenido en el.

$P(x) \equiv x^2 - x - 2 <> (x-2)(x+1)$

observa que (x – 2) es un factor de P(x) pues esta contenido en $(x^2 - x - 2)$.

8.4) TEOREMA

Si F es un factor de P, entonces la división $\frac{P}{F}$ es exacta.

¿Será $(x+1)$ factor del polinomio:

$$P(x) \equiv x^3 + x^2 + x + 1?$$

Si $(x+1)$ es factor de P(x), la división

$$\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x+1}$$

deberá ser exacta.

Por el teorema del resto: $x + 1 = 0$

$x = -1$

$R(x) \equiv -1 + 1 - 1 + 1 \rightarrow R(x) \equiv 0$

como el residuo salio cero se puede afirmar que la división es exacta.

$\therefore$ $(x+1)$ es un factor de $P(x)$

¿Será $(x - 2)$ factor del polinomio $F(x) \equiv x^4 - 2x^3 + x - 10$?

Veamos si la división $\frac{x^4 - 2x^3 + x - 10}{x-2}$ es exacta.

Por el teorema del resto: $x - 2 = 0$

$x = 2$

$R(x) \equiv (2)^4 - 2(2)^3 + (2) - 10$

$R(x) \equiv 16 - 16 + 2 - 10 \rightarrow R(x) \equiv -8$

Como el residuo no salio cero, la división no es exacta.

$\therefore$ $(x-2)$ no es un factor de $F(x)$

8.5) PROPIEDADES

8.5A) Un polinomio factorizado es aquel que se ha expresado como la multiplicación de sus factores primos.

8.5B) Los factores primos podrán ser simples (si su exponente es la unidad) o múltiples (si su exponente es mayor que la unidad)

8.5C) Todo factor primo es un factor, pero cualquier factor no es factor primo.

Ejemplo:

Para el polinomio

$$P(x) \equiv (x^3 + 1)(x - 2)^3$$

Aún no esta factorizado ¿Por qué?

Falta descomponer a $x^3 + 1$.

$$P(x) \equiv (x+1)(x^2 - x + 1)(x-2)^3$$

Observar que $(x + 1)$ y $(x^2 - x + 1)$ son factores primos simples.

Así mismo observar que $(x-2)$ es un factor primo múltiple (su multiplicidad es tres, se repite tres veces)

8.6) NÚMERO DE FACTORES PRIMOS Y NÚMERO DE FACTORES DE UN POLINOMIO

Sea P un polinomio factorizado, de modo que:

$$P \equiv A^{\alpha} \cdot B^{\beta} \cdot C^{\theta}$$

8.6A) Número de factores primos = nº de FP nº de FP = 3 ¡Cantidad de bases!

8.6B) Número de factores = nº de fact.

$$n^{o}\text{ de fact} = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1)$$

Para $P(x) \equiv (x-1)^2(x+4)$

Tenemos:

nº de FP = 2

nº de Fact = (2+1) . (1+1) = (3).(2) = 6

8.7) REGLAS ADICIONALES

8.7A) La unidad es factor de cualquier polinomio.

8.7B) Todo polinomio primitivo de primer grado es un factor primo.

8.7C) Los factores algebraicos en un polinomio serán todos aquellos factores literales (grado mayor o igual que uno)

9. MÉTODOS DE FACTORIZACIÓN

9.1) FACTOR COMÚN: Se busca un término repetido en toda la expresión, las variables de dicho término se deberán extraer con su menor exponente.

* Factorizar $P(x) \equiv x^4 + 5x^3 + x^2$

Extrayendo x^2 tenemos:

$$P(x) \equiv x^2 \cdot (x^2 + 5x + 1)$$

* Factorizar

$$R(x, y) \equiv x^4y^3 - x^3y^4 + x^2y^5$$

Extrayendo $x^2 \wedge y^3$ tenemos:

$$R(x; y) \equiv x^2 \cdot y^3 \cdot (x^2 - xy + y^2)$$

9.2) AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Se agrupa convenientemente los términos de la expresión con la finalidad de obtener alguna estructura repetida.

* Factorizar $P(x; y) \equiv x^2 + xy - x - y$

Agrupando dos a dos según:

$$P(x; y) \equiv (x^2 + xy) + (-x - y)$$

$$P(x; y) \equiv x\underbrace{(x+y)}_{} - \underbrace{(x+y)}_{}$$

Estructura repetida

$$P(x; y) \equiv (x+y) \cdot (x-1)$$

9.3) USO DE EQUIVALENCIA

Consiste en la aplicación de los productos notables

* Factorizar $P(x; y) \equiv 4x^2 - y^2$

Por diferencia de cuadrados

$$P(x; y) \equiv (2x)^2 - y^2$$

$$P(x; y) \equiv (2x + y)(2x - y)$$

9.4) ASPAS:

9.4A) ASPA SIMPLE: Para factorizar algunos trinomios de grado par cuya forma general sea:

$$P(x; y) \equiv ax^{2m} + bx^m y^n + cy^{2n}$$

Esquema:

$$ax^{2m} + bx^m y^n + cy^{2n}$$

$$\begin{array}{ccc} a_1.x^m & \times & c_1y^n \\ a_2x^m & & c_2y^n \end{array}$$



Donde:

$$a_1c_2x^my^n + a_2c_1x^my^n \equiv bx^my^n$$

$$\therefore\ P(x;y) \equiv (a_1x^m + c_1y^n)(a_2x^m + c_2y^n)$$

> ***Observación:*** A veces luego de aplicar el aspa simple para culminar la factorización se recurre a cierta equivalencia.

* Factorizar $P(x) \equiv 2x^2 + 7x + 3$

Según el esquema tenemos:

$$P(x) \equiv 2x^2 + 7x + 3$$

$$\begin{array}{ccc} 2x & \times & 1 \\ x & & 3 \end{array}$$

Donde $(2x)\cdot 3 + (x)\cdot 1 \equiv 6x + x \equiv 7x$

$$\therefore\ P(x) \equiv (2x+1)\cdot(x+3)$$

* Factorizar:

$$P(x;y) \equiv x^{12} + x^6y^2 - 2y^4$$

Según el esquema tenemos:

$$P(x;y) \equiv x^{12} + x^6y^2 - 2y^4$$

$$\begin{array}{ccc} x^6 & \times & 2y^2 \\ x^6 & & -y^2 \end{array}$$

Donde:

$$(x^6)(-y^2) + (x^6)(2y^2) \equiv -x^6y^2 + 2x^6y^2$$

$$\equiv x^6y^2$$

$$P(x;y) \equiv (x^6 + 2y^2)\cdot\underbrace{(x^6 - y^2)}_{\text{Dif. de cuadrados}}$$

$$\therefore\ P(x;y) \equiv (x^6 + 2y^2)(x^3 + y)(x^3 - y)$$

9.4B) ASPA MÚLTIPLE: Para factorizar algunos polinomios de seis términos cuyo grado sea par, veamos su forma general.

$$P(x;y) \equiv ax^{2m} + bx^my^n + cy^{2n} + dx^m + ey^n + f$$

* = Término fijo, con cada dos de ellos se ejecuta un aspa simple.

Esquema:

$$ax^{2m} + bx^my^n + cy^{2n} + dx^m + ey^n + f$$

$$\begin{array}{ccccc} a_1x^m & \times & c_1y^n & \times & f_1 \\ a_2x^m & & c_2y^n & & f_2 \end{array}$$

$$\therefore\ P(x;y) \equiv (a_1x^m + c_1y^n + f_1)(a_2x^m + c_2y^n + f_2)$$

Ejercicio 7

Factorizar:

$$P(x;y) \equiv 6x^2 + 19xy + 15y^2 - 11x - 17y + 4$$

Resolución:

Según el esquema tenemos:

$$6x^2 + 19xy + 15y^2 - 11x - 17y + 4$$

$$\begin{array}{ccccc} 3x & \times & 5y & \times & -4 \\ 2x & & 3y & & -1 \end{array}$$

$$\therefore\ P(x;y) \equiv (3x + 5y - 4)(2x + 3y - 1)$$

Ejercicio 8

Factorizar

$$\therefore\ P(x;y) \equiv 2x^2 - 5xy - 12y^2 + 14x + 21y$$

Resolución:

Completando al polinomio según el esquema, tenemos:

$$P(x) \equiv 2x^2 - 5xy - 12y^2 + 14x + 21y + 0$$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \times & 3y & \times & 0 \\ x & & -4y & & 7 \end{array}$$

$$\therefore\ P(x) \equiv (2x + 3y)(x - 4y + 7)$$

9.4C) ASPA DOBLE ESPECIAL: Para factorizar algunos polinomios que se reducen a cuarto grado, completos y ordenados.

$$P(x) \equiv ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

Esquema:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

a_1x^2	n_1x	e_1	$\rightarrow$	$a_2e_1x^2$
a_2x^2	n_2x	e_2	$\rightarrow$	$a_1e_2x^2$
				$\oplus = mx^2$

$$* \; cx^2 - (mx^2) = nx^2$$

$$\therefore P(x;y) \equiv (a_1x^2 + n_1x + e_1)(a_2x^2 + n_2x + e_2)$$

Observación: A veces para culminar la factorización se utiliza un aspa simple.

Ejercicio 9

Factorizar:

$$P(x) \equiv 2x^4 + x^3 - 16x^2 + 8x - 1$$

Resolución:

Según el esquema tenemos:

$$2x^4 + x^3 - 16x^2 + 8x - 1$$

$2x^2$	$-5x$	1	$\rightarrow$	x^2
x^2	$3x$	-1	$\rightarrow$	$-2x^2$
				$\oplus = -x^2$

$$* \; -16x^2 - (-x^2) \equiv -15x^2$$

$$\therefore P(x) \equiv (x^2 - 5x + 1)(x^2 + 3x - 1)$$

Ejercicio 10

Factorizar: $F(x) \equiv x^4 + 2x^3 + 5x + 2$

Resolución:

Según el esquema tenemos:

$$x^4 + 2x^3 + 0x^2 + 5x + 2$$

x^2	$3x$	1	$\rightarrow$	x^2
x^2	$-x$	2	$\rightarrow$	$2x^2$
				$\oplus = 3x^2$

$$* \; 0x^2 - 3x^2 \equiv -3x^2$$

$$\therefore F(x) \equiv (x^2 + 3x + 1)(x^2 - x + 2)$$

9.5) DIVISORES BINÓMICOS

Se utiliza para factorizar polinomios que admiten por lo menos un factor lineal (primer grado)

9.5A) CERO DE UN POLINOMIO:

Es el valor que asume la variable del polinomio de modo que dicho polinomio se anule, es decir:

$$\text{"a" es un cero de } P(x) \Leftrightarrow P(a) = 0$$

* Para $P(x) \equiv x^7 - 2x + 1$ un cero es $x = 1$ pues

$$P(1) \equiv (1)^7 - 2(1) + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$$

9.5B) CEROS RACIONALES:

Son los valores racionales que podrá asumir la variable "x" que anulen al polinomio, dichos valores se obtienen por combinación a partir del esquema:

$$x = \pm \left\{ \frac{\text{Divisores del término independiente de } x}{\text{Divisores del coeficiente principal en } P(x)} \right\}$$



Por ejemplo para el polinomio

* $P(x) \equiv 2x^3 + x^2 - 13x - 6$

Tenemos:

$$x = \pm\left\{\frac{\text{Divisores de } -6}{\text{Divisores de } 2}\right\} = \pm\left\{\frac{1, 2, 3 \wedge 6}{1 \wedge 2}\right\}$$

$$x = \pm\left\{1, \frac{1}{2}, 2, 3, \frac{3}{2} \wedge 6\right\}$$

Luego $P(x)$ posiblemente se anule cuando:

$$x = \pm 1,\ x = \pm\frac{1}{2},\ x = \pm 2,\ x = \pm 3$$

$$x = \pm\frac{3}{2} \wedge x = \pm 6$$

9.5C) TEOREMA DEL FACTOR:

$$\text{Si } P(a) = 0 \Rightarrow (x - a) \text{ es un factor de } P(x)$$

9.5D) PARA FACTORIZAR:

Primero: Se determina un cero de $P(x)$: $x = a$

Segundo: Por el teorema del factor $(x - a)$ es un factor de $P(x)$, luego $P(x)$ se podrá expresar así:

$$P(x) \equiv (x - a) \cdot Q(x)$$

donde $Q(x)$ es el cociente de dividir $\frac{P(x)}{x - a}$, dicha división se ejecuta según la regla de Ruffini.

Ejercicio 11

Factorizar:

$$P(x) \equiv 2x^3 + x^2 - 13x + 6$$

Resolución:

Sea $x = 2$ ¡Posible cero!

Según la regla de Ruffini, tenemos:

	2	1	−13	6
2	↓	4	10	−6
	2	5	−3	0

Como la división es exacta x = 2 es un cero de P(x), luego (x − 2) es un factor de P(x) siendo el otro factor el cociente de la división.

$$P(x) \equiv (x - 2)(2x^2 + 5x - 3)$$

Observa que el trinomio admite factorización, luego por aspa simple, tenemos:

$$2x^2 + 5x - 3 \equiv (2x - 1)(x + 3)$$

$2x$	-1
x	3

$$\therefore P(x) \equiv (x - 2)(2x - 1)(x + 3)$$

9.6) ARTTIFICIOS

9.6A) CAMBIO DE VARIABLE: Se reemplaza cierta estructura repetida por una expresión sencilla.

9.6B) SUMAS Y RESTAS: Se suma y se resta al polinomio una expresión conveniente con la finalidad de obtener, por agrupación, cierta estructura repetida.

Ejercicio 12

Factorizar:

$P(x) \equiv (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 8$

Resolución:

$$P(x) \equiv [(x + 1)(x + 4)][(x + 2)(x + 3)] - 8$$

$$P(x) \equiv (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 8$$

Hagamos $x^2+5x+4=m$, luego:

$P \equiv (m)(m+2)-8 \equiv m^2+2m-8$

Según aspa simple:

$P \equiv (m+4)(m-2)$

Reponiendo la variable

$P(x) \equiv (x^2+5x+4+4)(x^2+5x+4-2)$

$\therefore \quad P(x) \equiv (x^2+5x+8)(x^2+5x+2)$

Ejercicio 13

Factorizar:

$$P(x) \equiv x^5+x+1$$

Resolución:

Sumamos y restamos x^2 con la finalidad de recurrir a la diferencia de cubos

$P(x) \equiv x^5-x^2+x^2+x+1$

$P(x) \equiv x^2(x^3-1)+(x^2+x+1)$

$P(x) \equiv x^2(x-1)(x^2+x+1)+(x^2+x+1)$

$P(x) \equiv (x^2+x+1)[x^2(x-1)+1]$

$\therefore \; P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^3-x^2+1)$

10. MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D)

10.1) DEFINICIÓN:
El M.C.D de dos o más polinomios es otro polinomio de mayor grado posible que tiene la propiedad de dividir en forma exacta a cada uno de los polinomios dados.

11. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M)

11.1) DEFINICIÓN:
El M.C.M de dos o más polinomios es otro polinomio de menor grado posible que tiene la propiedad de ser divisible por cada uno de los polinomios dados.

12. REGLAS PARA DETERMINAR EL MCD Y EL MCM

12.1) Se factoriza totalmente a cada uno de los polinomios dados.

12.2) El M.C.D. estará representando por la multiplicación de todos los factores primos comunes considerados con su menor exponente.

12.3) El M.C.M estará representando por la multiplicación de todos los factores primos comunes y no comunes considerados con su mayor exponente.

Ejercicio 14

Determinar el MCD y el MCM de los polinomios

$P(x) \equiv x^3+x^2-x-1 \wedge Q(x) \equiv x^3-x^2-2x$

Resolución:

Factorizando a cada polinomio

$P(x) \equiv x^3+x^2-x-1 \equiv (x^3+x^2)+(-x-1)$

$P(x) \equiv x^3(x+1)-(x+1) \equiv (x+1)(x^2-1)$

$P(x) \equiv (x+1)(x+1)(x-1)$

$\Rightarrow P(x) \equiv (x+1)^2 \cdot (x-1)$

$Q(x) \equiv x^3-x^2-2x = x \cdot (x^2-x-2)$

x   −2
x   1

$\Rightarrow Q(x) \equiv x \cdot (x-2) \cdot (x+1)$

Finalmente tenemos:

$MCD(P \wedge Q) \equiv x+1$

$MCM(P \wedge Q) \equiv (x+1)^2 \cdot (x-1) \cdot x \cdot (x-2)$



Ejercicio 15

Calcular "n + k" si $M(x) \equiv x - 1$ es el máximo común divisor de los polinomios

$P(x) \equiv x^3 - 6x^2 + 11x + n$

$Q(x) \equiv x^2 - 2kx + 1$

Resolución:

Según la definición de MCD podemos plantear dos divisiones exactas

I) $\dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x + n}{x - 1}$

Por el teorema del resto: $x - 1 = 0$
$x = 1$

$(1)^3 - 6(1)^2 + 11(1) + n = 0$

$1 - 6 + 11 + n = 0 \rightarrow n = -6$

II) $\dfrac{x^2 - 2kx + 1}{x - 1}$

Por el teorema del resto: $x - 1 = 0$
$x = 1$

$(1)^2 - 2k(1) + 1 = 0$

$1 - 2k + 1 = 0 \rightarrow k = 1$

$\therefore\ n + k = -5$

12.4) TEOREMA: Para dos polinomios A y B el producto de ellos será idéntico al producto de su MCD por su MCM.

$$A \cdot B \equiv MCD(A.B).MCM(A.B)$$

13. FRACCIÓN ALGEBRAICA

13.1) DEFINICIÓN: Es toda expresión de la forma $\dfrac{A}{B}$, donde A es llamado numerador y B denominador siendo ambos polinomios tal que $A \neq 0 \wedge [B]^o \geq 1$, veamos algunos ejemplos.

Son fraccionarios algebraicas

$$\frac{x+1}{x^2};\ \frac{2}{x};\ \frac{x^3+1}{x-2};\ \frac{x^2}{x};\ \frac{1}{x-1}$$

No son fracciones algebraicas

$$\frac{2}{7};\ \frac{x+7}{4};\ \frac{\sqrt{3}}{5};\ \frac{x}{7}$$

13.2) SIGNO DE UNA FRACCIÓN: Dada la fracción F de términos A y B es decir $F = \dfrac{A}{B}$

13.2A) Si sus términos son de igual signo, la fracción es positiva

$$F = \frac{+A}{+B} = \frac{-A}{-B} = +\frac{A}{B} = \frac{A}{B}$$

13.2B) Si los términos son de signos diferentes, la fracción es negativa.

$$F = \frac{+A}{-B} = \frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}$$

13.3) CLASES DE FRACCIONES

13.3A) PROPIA: Es aquella fracción donde el grado del numerador es menor que el grado del denominador, en cualquier otro caso la fracción se llamará impropia.

Son fracciones propias

$$\frac{x}{x^4-1};\ \frac{2}{x}\ y\ \frac{x^7+2x+1}{x^{10}-4x}$$

Son fracciones impropias

$$\frac{x^7+1}{x^2-1},\ \frac{x^8-x}{x^4}\ y\ \frac{x+1}{x-4}$$

13.3B) IRREDUCTIBLE: Es aquella fracción donde sus términos son P.E. Si (primos entre sí)

$\dfrac{x^2+7}{x-1}$ Es irreductible

$\dfrac{x^2-1}{x^2+x-2}$ No es irreductible

13.3C) DE VALOR CONSTANTE: Es aquella fracción que asume igual valor numérico para todo valor permisible de sus variables.

$\dfrac{2x+4}{x+2}$ Es de valor constante igual a 2 para todo valor de x distinto de -2.

> ***Observación:*** Los valores permisibles de una variable en una fracción vienen a ser todos aquellos números que no anulan al denominador.

PROPIEDAD: Si la fracción

$$F(x;y) \equiv \frac{ax+bxy+cy}{a_1x+b_1xy+c_1y}$$

Es de valor constante se verifica lo siguiente:

$$\text{Valor constante} = \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

13.3D) COMPLEJA: Es aquella fracción donde el numerador y/o denominador es una expresión fraccionaria, veamos algunos ejemplos

$$\frac{x+1}{1-\frac{1}{x}},\ \frac{1+\frac{1}{x}}{\frac{x}{x-1}}\ y\ \frac{1}{2+\frac{x}{x-1}}$$

13.4) CARACTERÍSTICAS NOTABLES DE ALGUNAS FRACCIONES:

13.4A) HOMOGÉNEAS: Dos o más fracciones son homogéneas si presentan el mismo denominador, de no suceder esto las fracciones se llamarán heterogéneas.

* Son fracciones homogéneas

$$\frac{2x+7}{x^4-1}\ y\ \frac{x^3-2}{x^4-1}$$

* Son fracciones heterogéneas

$$\frac{x+1}{x^3-2}\ y\ \frac{x^2+7}{x+1}$$

13.4B) EQUIVALENTES: Dos o más fracciones son equivalentes si asumen igual valor numérico, veamos un ejemplo

$$\frac{x^2-x-2}{x^2+x} <> \frac{x^2-2x}{x^2}\ \forall\ x\neq 0 \wedge x\neq -1$$

PROPIEDAD: Dadas las fracciones equivalentes $\dfrac{A}{B}$ y $\dfrac{C}{D}$ tenemos:

$$\text{Si } \frac{A}{B} <> \frac{C}{D} \Rightarrow A\cdot D \equiv B\cdot C$$

13.5) SIMPLIFICACIÓN DE UNA FRACCIÓN

Es el proceso mediante el cual se obtiene una expresión equivalente a la fracción dada.

Para simplificar a una fracción se consideran los siguientes pasos:

1ero Se factoriza totalmente a los términos de la fracción.

2do Se cancelan factores comunes en los términos de la fracción.



Ejercicio 16

Simplificar:

$$F(x) \equiv \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 4x + 3} ; x \neq -1 ; x \neq -3$$

Resolución:

Factorizando cada término según el método del aspa simple.

$$x^2 - x - 12 <> (x-4)(x+3)$$

$$x^2 + 4x + 3 <> (x+1)(x+3)$$

$$F(x) \equiv \frac{(x-4)(x+3)}{(x+1)(x+3)}$$

Finalmente cancelando factores comunes, tenemos:

$$F(x) \equiv \frac{x-4}{x+1}$$

14. OPERACIONES CON FRACCIONES

14.1) ADICIÓN Y/O SUSTRACCIÓN

Para fracciones homogéneas

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{x} = \frac{a+b}{x}$$

$$\frac{a}{x} - \frac{b}{x} = \frac{a-b}{x}$$

Para fracciones heterogéneas

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{ay + bx}{xy}$$

$$\frac{a}{x} - \frac{b}{y} = \frac{ay - bx}{xy}$$

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} - \frac{c}{z} = \frac{ayz + bxz - cxy}{xyz}$$

14.2) MULTIPLICACIÓN:

$$\frac{a}{x} \cdot \frac{b}{x} = \frac{a \cdot b}{x \cdot x} = \frac{a \cdot b}{x^2}$$

$$\frac{a}{x} \cdot \frac{b}{y} = \frac{a \cdot b}{x \cdot y}$$

14.3) DIVISIÓN:

$$\frac{a}{x} \div \frac{b}{y} <> \frac{\frac{a}{x}}{\frac{b}{y}} = \frac{ay}{bx}$$

"Producto de extremos entre producto de medios"

15. DESCOMPOSICIÓN DE UNA FRACCIÓN EN ADICIÓN DE FRACCIONES PARCIALES

15.1) CASO (I): Si el denominador tiene unicamente factores diferentes de primer grado por cada denominador de la forma $ax + b$ le corresponderá una fracción simple de la forma:

$$\frac{a_1}{ax+b} ; a_1 = \text{Constante}$$

15.2) CASO (II): Si el denominador presenta factores de primer grado repetidos de la forma $(ax+b)^n$, por cada uno de estos factores le corresponderá "n" fracciones simples de la forma:

$$\frac{a_1}{ax+b} + \frac{a_2}{(ax+b)^2} + \frac{a_3}{(ax+b)^3} + ... + \frac{a_n}{(ax+b)^n}$$

15.3) CASO (III): Si el denominador presenta unicamente factores primos cuadráticos de la forma $ax^2 + bx + c$, por cada uno de estos factores le corresponderá una fracción simple de la forma:

$$\frac{a_1 x + b_1}{ax^2 + bx + c}$$

E&M

15.4) CASO (IV): Si el denominador presenta factores primos cuadráticos repetidos de la forma $(ax^2+bx+c)^n$, por cada uno de estos factores le corresonderán "n" fracciones simples de la forma:

$$\frac{a_1x+b_1}{ax^2+b+c}+\frac{a_2x+b_2}{(ax^2+bx+c)^2}+...+\frac{a_nx+b_n}{(ax^2+bx+c)^n}$$

Ejercicio 17

Descomponer en fracciones parciales a la siguiente fracción

$$F(x)=\frac{5x-4}{x^2-x-2}$$

Resolución:

Factorizando al denominador

$$x^2-x-2 <> (x-2)(x+1)$$

$$F(x)=\frac{5x-4}{(x-2)(x-1)}$$

Ahora según el caso (I) se podrá plantear:

$$\frac{5x-4}{(x-2)(x+1)} <> \frac{a}{x-2}+\frac{b}{x+1}$$

$$\frac{5x-4}{(x-2)(x+1)} <> \frac{ax+a+bx-2b}{(x-2)(x+1)}$$

Por propiedad de fracciones equivalentes

$5x-4 \equiv ax+a+bx-2b$

$5x-4 \equiv (a+b)x+(a-2b)$

De donde se cumple

$a+b=5 \wedge a-2b=-4$

Resolviendo: $a=2 \wedge b=3$

$$\therefore \frac{5x-4}{x^2-x-2} <> \frac{2}{x-2}+\frac{3}{x+1}$$

Ejercicio 18

Factorizar:

$$P(x)\equiv x^4+4x^3+6x^2+4x+1$$

Resolución:

Nótese que $P(x)$ es un polinomio recíproco, pues los coeficientes de sus términos equidistantes son iguales.

Un polinomio recíproco de grado par se factoriza así:

* Extrayendo la parte literal del término central:

$$P(x)\equiv x^2\left(x^2+4x+6+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}\right)$$

* Agrupando los términos de igual coeficiente:

$$P(x)\equiv x^2\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+4\left(x+\frac{1}{x}\right)+6\right]$$

* Hacemos

$$x+\frac{1}{x}=m,\ x^2+\frac{1}{x^2}=m^2-2:$$

$$P\equiv x^2\left[m^2-2+4(m)+6\right]\equiv x^2\left(m^2+4m+4\right)$$

$$P\equiv x^2(m+2)^2 \Leftrightarrow P(x)\equiv x^2\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^2$$

$$P\equiv\left[x\left(x+\frac{1}{x}+2\right)\right]^2$$

$$P\equiv\left(x^2+2x+1\right)^2$$

$$\therefore P(x)\equiv(x+1)^4$$

Ejercicio 19

Factorizar:

$$P(x)\equiv x^6-4x^5+3x^4-8x^3+3x^2-4x+1$$



Resolución:

Nótese que $P(x)$ es un polinomio recíproco de grado par.

$$P(x) \equiv x^6 - 4x^5 + 3x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 4x + 1$$

$$P(x) \equiv x^3\left[x^3 - 4x^2 + 3x - 8 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right]$$

$$P(x) \equiv x^3\left[\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 8\right]$$

Sea: $x + \dfrac{1}{x} = m$, luego

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = m^2 - 2 \wedge x^3 + \frac{1}{x^3} = m^3 - 3m:$$

$$P \equiv x^3\left[m^3 - 3m - 4\left(m^2 - 2\right) + 3(m) - 8\right]$$

$$P \equiv x^3\left(m^3 - 4m^2\right) \equiv x^3 \cdot m^2 \cdot (m - 4)$$

Reponiendo la variable:

$$P(x) \equiv x^3\left(x + \frac{1}{x}\right)^2\left(x + \frac{1}{x} - 4\right)$$

$$P(x) \equiv x^3\left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)^2\left(\frac{x^2 - 4x + 1}{x}\right)$$

$$P(x) \equiv x^3 \cdot \frac{(x^2 + 1)^2(x^2 - 4x + 1)}{x^3}$$

$$\therefore\ P(x) \equiv \left(x^2 + 1\right)^2\left(x^2 - 4x + 1\right)$$

Ejercicio 20

Factorizar:

$$P(x) \equiv 3x^5 + 5x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 5x + 3$$

Resolución:

Nótese que $P(x)$ es un polinomio recíproco de grado impar.

Todo polinomio recíproco de grado impar admite como factor al binomio (x + 1) o (x – 1)

Según el método de los divisores binómicos reconocemos que (x + 1) es un factor de P(x).

$$P(x) \equiv (x + 1)\left(3x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 3\right)$$

Factorizando al polinomio recíproco de grado par:

$$P(x) \equiv (x + 1) \cdot x^2\left[3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5\right]\left[x + \frac{1}{x} - 1\right]$$

$$\therefore\ P(x) \equiv (x + 1)\left(3x^2 + 5x + 3\right)\left(x^2 - x + 1\right)$$

Ejercicio 21

El polinomio:

$$P(x;y;z) \equiv (x + y)^3 + (y + z)^3 + (x + z)^3$$

¿es simétrico?

Resolución:

Un polinomio se dice que es simétrico si al intercambiar un par cualquiera de sus variables se obtiene otro polinomio idéntico al inicial.

El polinomio dado es:

$$P(x;y;z) \equiv (x + y)^3 + (y + z)^3 + (x + z)^3$$

Intercambiando $x \leftrightarrow z$:

$$P'(z;y;x) \equiv (z + y)^3 + (y + x)^3 + (z + x)^3$$

Nótese que $P'(z;y;x) \equiv P(x;y;z)$

$\therefore\ P(x;y;z)$ es simétrico.

Ejercicio 22

El polinomio:

$$P(x;y;z) \equiv (x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$$

¿Es alternardo?

Resolución:

Un polinomio se dice que es alternado si al intercambiar un par cualquiera de sus variables se obtiene el polinomio original con signo cambiado.

El polinomio dado es:

$$P(x;y;z) \equiv (x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3$$

Intercambiando $x \leftrightarrow z$:

$$P'(z;y;x) \equiv (z-y)^3 + (y-x)^3 + (x-z)^3$$

$$P'(z;y;x) \equiv -(y-z)^3 - (x-y)^3 - (z-x)^3$$

$$P'(z;y;x) \equiv -\left[(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3\right]$$

$$P'(z;y;x) \equiv -P(x;y;z)$$

$\therefore$ $P(x;y;z)$ es alternado

> ***Observaciones:***
> 1. Si un pólinomio es simétrico o alternado, necesariamente será homogéneao.
> 2. Los polinomios simétricos o alternados admiten factorización cíclica.

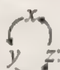
Ejercicio 23

Factorizar:

$$P(x;y;z) \equiv x^3(y-z) + y^3(z-x) + z^3(x-y)$$

Resolución:

Fácilmente reconocemos que el polinomio dado es alternado, luego podemos aplicar factorización cíclica:



Tenga en cuenta que:

* Si $P(x;y;z)$ se anula para $x = 0$, x es un factor y los otros son $y \wedge z$.
* Si $P(x;y;z)$ se anula para $x = y$, $(x-y)$ es un factor y os otros son $(y-z) \wedge (z-x)$
* Si $P(x;y;z)$ se anula para $x = -y$ $(x+y)$ es un factor y los otros son $(y+z) \wedge (z+x)$

Para el polinomio dado se observa que cuando $x = y$ dicho polinomio se anula, luego un factor es $(x-y)$ y los otros dos son $(y-z) \wedge (z-x)$

Ahora se plantea:

$$P(x;y;z) \equiv (x-y)(y-z)(z-x) \cdot Q(x;y;z)$$

Nótese que $Q(x;y;z)$ es un polinomio de primer grado:

$$P(x;y;z) \equiv (x-y)(y-z)(z-x)\left[a(x+y+z)\right]$$

Según valor numérico

$P(0;1;2) = (-1)(-1)(2)[a(3)]$

$(2) + (8)(-1) = 6a$

$-6 = 6a$

$-1 = a$

Con lo cual tenemos:

$$P(x;y;z) \equiv (x-y)(y-z)(z-x)\left[-(x+y+z)\right]$$

$$\therefore P(x;y;z) \equiv (x-y)(y-z)(x-z)(x+y+z)$$

Ejercicio 24

Factorizar:

$$P(x;y) \equiv (x+y)^5 - x^5 - y^5$$

Resolución:

Fácilmente podemos teconocer que el polinomio dado es simétrico, luego podemos aplicar factorización ciclíca:



Se observa que $P(x;y)$ se anula con $x = 0$, luego x es un factor y el otro es y.



También podemos observar que $P(x;y)$ se anula cuando $x = -y$, luego $(x + y)$ es un factor.

Nótese que $P(x;y)$ asume la forma:

$$P(x;y) \equiv x \cdot y \cdot (x+y) \cdot Q(x;y)$$

Tenga en cuenta que $Q(x;y)$ es un polinomio de segundo grado.

$$P(x;y) \equiv x \cdot y \cdot (x+y) \cdot \left[a\left(x^2+y^2\right)+b(xy)\right]$$

Según valor numérico:

$$P(1;2) \equiv 6[5a+2b] = 210 \Leftrightarrow 5a+2b=35$$

$$P(1;-2) \equiv 2[5a-2b] = 30 \Leftrightarrow 5a-2b=15$$

Al resolver el sistema:

$$a = 5 \ \wedge \ b = 5$$

Ahora en el polinomio tenemos:

$$P(x;y) \equiv x \cdot y \cdot (x+y)\left[5\left(x^2+y^2\right)+5xy\right]$$

$$\therefore \ P(x;y) \equiv 5xy(x+y)\left(x^2+y^2+xy\right)$$

Ejercicio 25

El residuo de dividir el polinomio

$P(x) \equiv 8x^5 + 4x^3 + ax^2 + bx + c$ entre

$F(x) \equiv 2x^3 + x^2 + 3$ es:

$R(x) \equiv x^2 + 7x + 4$, luego el valor de "a+b+c" es:

A) 17 B) 21 C) 27
D) 30 E) 36

Resolución:

Completando y ordenando los polinomios

$P(x) \equiv 8x^5 + 0x^4 + 4x^3 + ax^2 + bx + c$
→ **es el dividendo**

$F(x) \equiv 2x^3 + x^2 + 0x + 3$
→ **es el divisor**

$R(x) \equiv x^2 + 7x + 4$ (es el residuo)

Utilizamos el método de Horner:

2	8	0	4	a	b	c
−1		−4	0	−12	6	−9
0			2	0	0	
−3				−3		
	4	−2	3	1	7	4

En el residuo:

$$a - 12 - 3 = 1 \rightarrow a = 16$$

$$b + 6 = 7 \rightarrow b = 1$$

$$c - 9 = 4 \rightarrow c = 13$$

$$\therefore a + b + c = 30$$

Clave: D

Ejercicio 26

Proporcionar el valor de "α" si el resto de dividir $6x^5 + 15x^4 - x^3 - 13x^2 + 5x + \alpha$ entre $2x+3$ es igual al término independiente de x en el cociente.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Reconciendo a los elementos de la división:

$D(x) \equiv 6x^5 + 15x^4 - x^3 - 13x^2 + 5x + \alpha$

$d(x) \equiv 2x + 3$

Efectuando la divisón por el método de Horner

2	6	15	−1	−13	5	α
−3		−9	−9	15	−3	−3
	3	3	−5	1	1	α − 3

Término independiente en el cociente (1) — **residuo** (α − 3)

Por condición: $\alpha - 3 = 1$

$$\therefore \alpha = 4$$

Clave: D

Ejercicio 27

Calcular:

"$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$" si: x^3-3x^2-x+3
divide en forma exacta a:

$$x^5-2x^4-6x^3+\alpha_1x^2+\alpha_2x+\alpha_3$$

A) 10 B) 7 C) 5
D) 3 E) 1

Resolución:
Reconociendo a los elementos de la división:

$D(x)\equiv x^5-2x^4-x^3+\alpha_1x^2+\alpha_2x+\alpha_3$

$d(x)\equiv x^3-3x^2-x+3$; como la división (por dato) es exacta:

$R(x)\equiv 0$

Ahora según el método de Horner:

1	1	−2	−6	α_1	α_2	α_3
3		3	1	−3	−3	6
1			3	1	−2	
−3				−6		
	1	1	−2	0	0	0

El residuo: $\alpha_1-3+1-6=0 \rightarrow \alpha_1=8$

$\alpha_2-3-2=0 \rightarrow \alpha_2=5$

$\alpha_3+6=0 \rightarrow \alpha_3=-6$

Luego:

$$\therefore\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=7$$

Clave: B

Ejercicio 28

Calcular el resto de dividir:

$$\left[(x-a)^5-\left(x^5-a^5\right)\right] \text{ entre } (x+a)$$

A) 0 B) a^5 C) $2a^5$
D) $-2a^5$ E) $-a^5$

Resolución:
Por el teorema del resto

$x+a=0 \rightarrow x=-a$

$D(x)\equiv(x+a)^5-x^5+a^5$

Hagamos $x=-a$

$R(x)\equiv 0-(-a)^5+a^5\equiv a^5+a^5$

$\therefore\ R(x)\equiv 2a^5$

Clave: C

Ejercicio 29

$$\frac{x^{4^{3n}}+2}{x^{4^n}+1};\ n\in\mathbb{Z}^+$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:
Por el teorema del resto

$x^{4^n}+1=0 \Rightarrow x^{4^n}=-1$

Transformando en el dividendo:

$$D(x)\equiv x^{4^{3n}}+2\equiv\left(x^{4^n}\right)^{4^{2n}}+2$$

Fácilmente podemos reconocer 4^{2n} es un número par para todo $n\in\mathbb{Z}^+$, luego haciendo $x^{4n}=-1$, tenemos:

$R(x)\equiv(-1)^{4^{2n}}+2=1+2$

$\therefore\ R(x)\equiv 3$

Clave: C

Ejercicio 30

Si: $E(x)\equiv x^5+(3\sqrt{2}-2)x^3+2\sqrt{2}-1$.

Calcular: $F(\sqrt{2}-1)$.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

Resolución:

Según teorema, se pide el residuo de dividir:

$$\frac{x^5+(3\sqrt{2}-2)x^3+2\sqrt{2}-1}{x-(\sqrt{2}-1)}$$

Según el método de Ruffini:

	1	0	$(3\sqrt{2}-2)$	0	0	$(2\sqrt{2}-1)$
$\sqrt{2}-1$	$\downarrow$	$(\sqrt{2}-1)$	$(3-2\sqrt{2})$	1	$(\sqrt{2}-1)$	$(3-2\sqrt{2})$
	1	$(\sqrt{2}-1)$	$(\sqrt{2}+1)$	1	$(\sqrt{2}-1)$	$F(\sqrt{2}-1)$

En el residuo: $(2\sqrt{2}-1)+(3-2\sqrt{2})=F(\sqrt{2}-1)$ $\quad\therefore\ F(\sqrt{2}-1)=2$

Clave: D

Ejercicio 31

Determinar el residuo de la siguiente división:

$$\frac{x^8-x^7-2x^6+3x^5+4x^4-1}{x^2-2}$$

A) $x+15$ B) $4x-15$ C) $x-15$
D) $4x$ E) $4x+15$

Resolución:

Por el teorema del resto:

$$x^2-2=0 \Rightarrow x^2=2$$

Ahora en el dividendo buscamos x^2 para luego reemplazarlo por 2, veamos:

$$D(x)\equiv x^8-x^7-2x^6+3x^5+4x^4-1$$

$$D(x)\equiv(x^2)^4-(x^2)^3x-2(x^2)^3+3(x^2)^2\cdot x+4(x^2)^2-1$$

Hagamos $x^2=2$

$$R(x)\equiv 16-8x-16+12x+16-1$$

$$\therefore\ R(x)\equiv 4x+15$$

Clave: E

Ejercicio 32

Al efectuar la división de dos polinomios enteros en "x" el producto de los términos independientes del divisor y cociente es 8, la diferencia de los cuadrados de los términos independientes del dividendo y residuo es 24.

Encontrar la suma de los términos independientes del dividendo y residuo.

A) 2 B) 4 C) 8
D) 9 E) 3

Resolución:

Se sabe que P(0) = Término independiente de x en P(x). Consideremos:

D(x) = Dividendo; Q(x) = cociente

d(x) = divisor; R(x) = residuo

Se pide: D(0) + R(0)

Por condición tenemos:

$$d(0)\cdot Q(0)=8;\ [D(0)]^2-[R(0)]^2=24$$

De la relación matemática:

$$D(x)\equiv d(x)\cdot Q(x)+R(x)$$

Haciendo $x=0$, tenemos:

$$D(0)\equiv d(0)\cdot Q(0)+R(0)$$

$D(0)-R(0)\equiv \underbrace{d(0)\cdot Q(0)}$

$D(0)-R(0)=8$

Según condición $[D(0)]^2-[R(0)]^2=24$

Por diferencia de cuadrados, tenemos:

$$[D(0)+R(0)]\underbrace{[D(0)-R(0)]}_{\text{Dato (1)}}=24$$

$[D(0)+R(0)]\cdot 8=24$

$\therefore\ D(0)+R(0)=3$

Clave: E

Ejercicio 33

Encontrar el residuo de dividir un polinomio $P(x)$ entre $(2x-1)$, si se sabe que el término independiente en el cociente es 5 y además $P(0)=18$.

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

Resolución:

Se pide el residuo de dividir:

$P(x)\div(2x-1)$

De la relación matemática:

$P(x)\equiv(2x-1)Q(x)+R(x)\qquad ...(1)$

Observa que el divisor es de primer grado, por lo tanto el residuo "$R(x)$" será de grado cero, luego en (1):

$$P(x)\equiv(2x-1)Q(x)+R(x)$$

Hagamos $x=0$:

$P(0)=(-1)Q(0)+R(x)\qquad ...(2)$

Observa que $R(x)=a\in\mathbb{R}-\{0\}$

¿Por qué?, porque $R(x)$ es de grado cero:

Reemplazando los datos en (2):

$$18=(-1)(5)+R(x)$$

$$\therefore R(x)=23$$

Clave: D

Ejercicio 34

¿Cuál es el residuo que se obtiene al efectuar la siguiente división:

$$\frac{(x-2)^5+(x-1)^4+7}{(x-2)(x-1)}\ ?$$

A) $2x+4$ B) $4x-1$ C) $2x-5$
D) $x+4$ E) $2x-4$

Resolución:

Recordar la relación matematica:

$$D(x)\equiv d(x)\cdot Q(x)+R(x)$$

Al utilizar la relación anterior debemos considerar el grado máximo para $R(x)$, ahora:

$$(x-2)^5+(x-1)^4+7\equiv\underbrace{(x-2)(x-1)}_{2^{do}\text{ grado}}Q(x)+\underbrace{R(x)}_{1^{er}\text{ grado}}$$

Como el divisor es de 2do grado el residuo será de 1er grado, es decir su forma será

$R(x)\equiv ax+b$

$(x-2)^5+(x-1)^4+7\equiv(x-2)(x-1)Q(x)+ax+b$

En esta identidad se trata de eliminar $Q(x)$ para ello se darán valores convenientes a la variable "x"

$$\left.\begin{array}{l} x=1:-1+7=a+b\ \Rightarrow\ a+b=6\\ x=2:\ \ 1+7=2a+b\Rightarrow 2a+b=8\end{array}\right\}\begin{array}{l}a=2\\ b=4\end{array}$$

Finalmente el residuo será $R(x)\equiv ax+b$

$$\therefore\ R(x)\equiv 2x+4$$

Clave: A

Ejercicio 35

Si un polinomio $P(x)$ se divide entre $(x-1)^4$, se obtiene como resto un polinomio de tercer grado cuya suma de coeficientes es 3. Hallar el residuo de dividir el polinomio original entre $(x-1)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5



Resolución:

Por dato al dividir P(x) entre $(x-1)^4$ el residuo es $R(x)/[R(x)]^0=3 \wedge R(1)=3$

Se pide el residuo de dividir P(x) entre (x – 1) por teorema se pide P(1) = ?

Utilizamos la relación matemática para el dato:

$$P(x)\equiv(x-1)^4Q(x)+R(x)$$

Hagamos $x=1$: $P(1)\equiv(1-1)^4Q(1)+R(1)$

Reducindo: P(1) = R(1)

$$\therefore P(1)=3$$

Clave: C

Ejercicio 36

Calcular el valor de "a" para que la división notable:

$\dfrac{x^{4\alpha+4}-y^{5\alpha}}{x^{\alpha+1}-y^{2\alpha-3}}$ origine un cociente notable

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Se cumple:

$$\frac{4\alpha+4}{\alpha+1}=\frac{5\alpha}{2\alpha-3}$$

$$(4\alpha+4)(2\alpha-3)=(\alpha+1)(5\alpha)\ldots(1)$$

Por condición de existencia:

$$\alpha+1\neq0\Rightarrow\alpha\neq-1;\ 2\alpha-3\neq0\Rightarrow\alpha\neq3/2$$

Simplificando en (1), tenemos:

$$4(2\alpha-3)=5\alpha$$

$$8\alpha-12=5\alpha$$

$$3\alpha=12$$

$$\therefore \alpha=4$$

Clave: D

Ejercicio 37

¿Qué relación debe cumplir "n" y "k" para que la división $\dfrac{x^{n+k}y^{nk}-y^{n^3+nk+k^3}}{(xy)^{nk}-y^{n^2+k^2}}$ origine un cociente notable.

A) $n+k=1$ B) $n-k=2$ C) $nk=1$

D) $\dfrac{n}{k}=1$ E) $n^2+k=3$

Resolución:

La división es: $\dfrac{x^{n+k}y^{nk}-y^{n^3+nk+k^3}}{x^{nk}y^{nk}-y^{n^2+k^2}}$ para darle la forma de una división notable, bastará factorizar de cada término y^{nk}, así:

$$\frac{y^{nk}\left(x^{n+k}-y^{n^3+k^3}\right)}{y^{nk}\left(x^{nk}-y^{n^2+k^2-nk}\right)}$$

Simplificando: $\dfrac{x^{n+k}-y^{n^3+k^3}}{x^{nk}-y^{n^2+k^2-nk}}$ para que origine un cociente notable debe cumplirse:

$$\frac{n+k}{nk}=\frac{n^3+k^3}{n^2+k^2-nk}$$

escribiendo así:

$$\frac{n+k}{nk}=\frac{(n+k)\left(n^2-nk+k^2\right)}{n^2-nk+k^2}$$

Simplificando: $\dfrac{1}{n\cdot k}=1$

$$\therefore nk=1$$

Clave: C

Ejercicio 38

Del siguiente polinomio:

$$P(x;y) \equiv (3x+2y)\left(x^2+y^2\right)(x-y)$$

Podemos afirmar que:

( ) Tiene tres factores primos lineales
( ) Un factor primo es cuadrático
( ) La suma de coeficientes de un factor primo es cinco.

A) VFF B) VFV C) VVV
D) FFV E) FVV

Resolución:

Observamos que:

i) Los factores primos son:

$$\begin{cases} 3x+2y & \textbf{Lineal} \\ x^2+y^2 & \textbf{Cuadrático} \\ x-y & \textbf{Lineal} \end{cases}$$

$$(3x+2y) \rightarrow 5$$

$$\left(x^2+y^2\right) \rightarrow 2$$

$$(x-y) \rightarrow 2$$

$\therefore$ **Combinación correcta = FVV**

Clave: E

Ejercicio 39

Reconocer uno de los factores primos de:

$$P(x;y) \equiv x^4y-2x^3y^2+x^2y^3$$

A) x^2 B) $x+y$ C) $2x-y$
D) $x-y$ E) $x-2y$

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y) \equiv x^4y-2x^3y^2+x^2y^3$$

Por el factor común:

$$P(x;y) \equiv x^2 \cdot y \cdot \left(x^2-2xy+y^2\right)$$

Por las equivalencias:

$$\therefore\ P(x;y) \equiv x^2 \cdot y \cdot (x-y)^2$$

Clave: D

Ejercicio 40

Determinar el número de factores primos lineales que presenta el polinomio:

$$P(x;y) \equiv x^3y^2+2x^2y^3-x^2y^4-2xy^5$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y) \equiv x^3y^2+2x^2y^3-x^2y^4-2xy^5$$

Por el factor común:

$$P(x;y) \equiv xy^2\left[x^2+2xy-xy^2-2y^3\right]$$

Por las agrupaciones:

$$P(x;y) \equiv xy^2\left[\left(x^2+2xy\right)+\left(-xy^2-2y^3\right)\right]$$

Por el factor común:

$$P(x;y) \equiv xy^2\left[x(x+2y)-y^2(x+2y)\right]$$

$$P(x;y) \equiv xy^2(x+2y)(x-y^2)$$

Los primos lineales son: x; y; $x+2y$

$\therefore$ n° de factores primos lineales = 3

Clave: C

Ejercicio 41

¿Cuántos factores primos lineales presenta el polinomio?

$$P(x) \equiv 8x^6-63x^3-8\ ?$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

Resolución:

Por aspa simple:

$$P(x) \equiv 8x^6-63x^3-8$$

$$\begin{matrix} 8x^3 & & 1 \\ & \times & \\ x^3 & & -8 \end{matrix}$$



$$P(x) \equiv (8x^3+1)(x^3-8)$$

$$P(x) \equiv [(2x)^3+1^3][(x^3-2^3)]$$

Por equivalencias:

$$P(x) \equiv (2x+1)(4x^2-2x+1)(x-2)(x^2+2x+4)$$

Factores primos lineales $(2x+1)$ y $(x-2)$

$\therefore$ nº de factores primos lineales = 2

Clave: B

Ejercicio 42

Reconocer un factor primo del polinomio:

$$P(x;y;z;w) = x^4y^2 - x^4z^2 + w^4z^2 - w^4y^2$$

A) $x+z$ B) $w-y$ C) $z+w$

D) $x-w$ E) y^2+z^2

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y;z;w) \equiv x^4y^2 - x^4z^2 + w^4z^2 - w^4y^2$$

Por las agrupaciones:

$$P(x;y;z;w) \equiv (x^4y^2 - x^4z^2) + (w^4z^2 - w^4y^2)$$

Por el factor común:

$$P(x;y;z;w) \equiv x^4(y^2-z^2) - w^4(y^2-z^2)$$

$$P(x;y;z;w) \equiv (y^2-z^2)\cdot(x^4-w^4)$$

Por las equivalencias:

$$P(x;y;z;w) \equiv (y+z)(y-z)\cdot(x^2+w^2)(x^2-w^2)$$

$$\therefore P(x;y;z;w) \equiv (y+z)(y-z)(y^2+w^2)(x+w)(x-w)$$

Clave: D

Ejercicio 43

Luego de factorizar al polinomio:

$$P(x;y) \equiv x^5 - x^4y - 2x^3y^2 + xy^4 - y^5 + 2x^2y^3$$

Indicar lo incorrecto:

A) $(x+y)$ es un factor.

B) Tiene dos factores primos.

C) No tiene factores cuadráticos.

D) El número de factores es 12.

E) (x^2-y^2) es un factor.

Resolución:

Agrupando de dos en dos tenemos:

$$P(x;y) \equiv (x^5 - x^4y) + (-2x^3y^2 + 2x^2y^3) + (xy^4 - y^5)$$

$$P(x;y) \equiv x^4(x-y) - 2x^2y^2(x-y) + y^4(x-y)$$

Por el factor común:

$$P(x;y) \equiv (x-y)\underbrace{[x^4 - 2x^2y^2 + y^4]}$$

Por equivalencia:

$$P(x;y) \equiv (x-y)[x^2-y^2]^2 \equiv (x-y)[(x+y)(x-y)]^2$$

$$P(x;y) \equiv (x-y)(x+y)^2(x-y)^2$$

$$\therefore P(x;y) \equiv (x-y)^3(x+y)^2$$

Clave: C

Ejercicio 44

Luego de factorizar:

$$F(x) \equiv 3x^2 + 4x - 7$$

Determine la suma de los términos independientes de sus factores primos.

A) 5 B) 6 C) 4

D) 3 E) 7

Resolución:

Aplicando aspa simple se obtiene:

$$F(x) \equiv 3x^2 + 4x - 7$$

$3x$		7	$-3x+$
x		-1	$7x$
			$4x$

$$F(x) \equiv (3x+7)(x-1)$$

Σ de los T.I. en los factores primos = k

k = (7) + (– 1) = 6

Clave: B

Ejercicio 45

Determinar la suma de todos los factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x;y) \equiv x^5y^4 + x^4y^5 - 6x^3y^6$$

A) $x - 2y$ B) $2x + y$ C) $3x + y$
D) $3x - y$ E) $3x + 2y$

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y) \equiv x^5y^4 + x^4y^5 - 6x^3y^6$$

Por el factor común:

$$P(x;y) \equiv x^3y^4(x^2 + xy - 6y^2)$$

Por el aspa simple:

$$P(x;y) \equiv x^3y^4(x^2 + xy - 6y^2)$$

x 3y
x −2y

$$P(x;y) \equiv x^3y^4(x+3y)(x-2y)$$

Σ factores primos $= x+y+x+3y+x-2y$

$\therefore\ \Sigma$ Factores primos $= 3x + 2y$

Clave: E

Ejercicio 46

Calcular la suma de los términos independientes de todos los factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 6$$

A) 10 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Por aspa doble especial:

$$P(x) \equiv 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 6$$

$3x^2$ −2x 3 → $6x^2$
$2x^2$ 3x 2 → $6x^2$
(+) $12x^2$

$* \ 6x^2 - 12x^2 = -6x^2$

$$P(x) \equiv (3x^2 - 2x + 3)(2x^2 + 3x + 2)$$

Para $(3x^2 - 2x + 3)$: T.I $= 3$

Para $(2x^2 + 3x + 2)$: T.I. $= 2$

$\therefore\ \Sigma$T.I. $= 3 + 2 = 5$

Clave: E

Ejercicio 47

Calcular la suma de los coeficientes de uno de los factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x - 12$$

A) −2 B) −3 C) 4
D) −1 E) C ∨ D

Resolución:

Por aspa doble especial:

$$P(x) \equiv x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x - 12$$

x^2 x −6 → $-6x^2$
x^2 x 2 → $2x^2$
(+) $-4x^2$

$* -3x^2 - (-4x^2) = x^2$

$$P(x) \equiv \underbrace{(x^2 + x - 6)}_{\text{Aspa simple}}(x^2 + x + 2)$$

$$P(x) \equiv (x+3)(x-2)(x^2 + x + 2)$$

Para $x + 3$ Σcoef. $= 1 + 3 = 4$

Para $x - 2$ Σcoef. $= 1 - 2 = -1$

Para $x^2 + x + 2$ Σcoef. $= 1 + 1 + 2 = 4$

Clave: E

Ejercicio 48

Luego de factorizar al polinomio:

$$P(x) \equiv 2x^3 + 11x^2 + 17x + 6$$



Indicar verdadero (V) o falso (F) en cada proposición:

I. Tiene dos factores primos lineales

II. Tiene tres factores cuadráticos

III. $(x+6)$ es un factor

A) VVF B) FFV C) VVV

D) FVF E) FVV

Resolución:

Por divisores binómicos:

$$T.I. = 6 \wedge cp = 2$$

$$PC = \pm\left\{\frac{1;2;3;6}{1;2}\right\} = \pm\left\{1; \frac{1}{2}; 2; 3; \frac{3}{2}; 6\right\}$$

De acuerdo con la regla de Ruffini, tenemos:

	2	11	17	6
$x = -\frac{1}{2}$		−1	−5	−6
	2	10	12	0
$\div 2$:	1	5	6	

$$P(x) \equiv (2x+1)(x^2+5x+6)$$

Observa que: $x^2+5x+6 \equiv (x+3)(x+2)$

$$P(x) \equiv (2x+1)(x+3)(x+2)$$

I. Presenta tres factores primos lineales.

II. Presenta tres factores cuadráticos, los cuales se obtienen multiplicando dos a dos los factores de primer grado.

$\therefore$ Combinación correcta = FVF

Clave: D

Ejercicio 49

Dados los polinomios:

$$M(x;y;z) \equiv x^{a-3}y^{b+1}z^{c-1}$$

$$N(x;y;z) \equiv x^{a-1}y^{b+3}z^{c-4}$$

$$F(x;y;z) \equiv x^{a-2}y^{b+2}z^{c+2}$$

Si $MCD(M, N \wedge F) \equiv x^6y^8$, encontrar MCM $(M, N \wedge F)$

A) $x^{10}y^6$ B) $x^8y^9z^6$ C) $x^8y^{10}z^6$

D) $x^7y^6z^5$ E) $x^8y^6z^9$

Resolución:

Según la definición:

$$MCD(M;N;F) \equiv x^{a-3}y^{b+1}z^{c-4} \quad ... (1)$$

$$MCM(M;N;F) \equiv x^{a-1}y^{b+3}z^{c+2} \quad ... (2)$$

Por condición:

$$MCD(M;N;F) \equiv x^6y^8 \quad ... (3)$$

De (1) y (3) tenemos

$a-3=6$; $b+1=8$; $c-4=0$

$a=9$ $b=7$ $c=4$

Finalmente en (2):

$$MCM(M;N;F) \equiv x^8y^{10}z^6$$

Clave: C

Ejercicio 50

Sabiendo que el MCD de los polinomis:

$$P(x) \equiv 16x^3 - 4x^2 + 6x + m$$

$$Q(x) \equiv 8x^3 + 4x^2 + n$$

es $4x^2-2x+2$. Calcular "m + n"

A) 2 B) 6 C) 4

D) 9 E) 10

Resolución:

Por propiedad del MCD, se plantea dos divisiones exactas:

I. $\dfrac{16x^3-4x^2+6x+m}{4x^2-2x+2}$; por el método de Horner

4	16	−4	6	m
2		8	−8	
−2			2	−2
	4	1	0	0

En el residuo $m-2=0 \Rightarrow m=2$

II. $\dfrac{8x^3+4x^2+n}{4x^2-2x+2}$; por el método de Horner

4	8	4	0	n
2		4	−4	
−2			4	−4
	2	2	0	0

En el residuo: $n-4 \Rightarrow n=4$

$\therefore\ m+n=6$

Clave: B

Ejercicio 51

Determinar el MCD de los siguientes polinomios:

$P(x)\equiv x^3-3x-2 \wedge Q(x)\equiv x^3-3x^2+4$

A) x^2+x+2 B) x^2+x-2

C) x^2-x-2 D) x^2-x+2

E) $(x+1)^2(x-2)^2$

Resolución:

Factorizando a cada uno de los polinomios dados según el método de los divisores binómicos:

Para el polinomio: $P(x)\equiv x^3-3x-2$

	1	0	−3	−2
$x=-1$	↓	−1	1	2
	1	−1	−2	0

$P(x)\equiv(x+1)(x^2-x-2)$

Observamos que:

$$x^2-x-2\equiv(x-2)(x+1)$$

$x \quad -2$
$x \quad 1$

$P(x)\equiv(x+1)(x-2)(x+1)$

$P(x)\equiv(x+1)^2(x-2)$

Para el polinomio: $Q(x)\equiv x^3-3x^2+4$

	1	−3	0	4
$x=-1$	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	0

$Q(x)\equiv(x+1)(x^2-4x+4)$

$Q(x)\equiv(x+1)(x-2)^2$

Finalmente según la definición, tenemos:

$MCD=(x+1)(x-2)\equiv x^2-x-2$

Clave: C

Ejercicio 52

Al reducir:

$$\frac{a^2-b^2}{ab}-\frac{ab-b^2}{ab-a^2};\ a\neq b$$

Se obtiene:

A) $\dfrac{b}{a}$ B) a C) $\dfrac{a}{b}$

D) b E) $-\dfrac{a}{b}$

Resolución:

Sea T equivalente de la expresión dada, es decir:

$$T=\frac{a^2-b^2}{ab}-\frac{ab-b^2}{ab-a^2}$$



Introduciendo el signo (–) al numerador, tenemos: $T=\dfrac{a^2-b^2}{ab}+\dfrac{b^2-ab}{ab-a^2}$

Simplificando la segunda fracción: $T=\dfrac{a^2-b^2}{ab}+\dfrac{b}{a}$

Dando común denominador y efectuando se consigue: $T=\dfrac{a^2-b^2+b^2}{ab}=\dfrac{a^2}{ab}$

$$\therefore\ T=\frac{a}{b}$$

Clave: C

Ejercicio 53

Indicar el equivalente de:

$$\frac{1}{x^2-3+2x}+\frac{1}{1-3x^2+2x}-\frac{2}{3x^2+10x+3}$$

A) – 1 B) 0 C) 1 D) 2 E) – 2

Resolución:

Sea T el equivalente, es decir:

$$T=\frac{1}{x^2+2x-3}+\frac{1}{-3x^2+2x+1}-\frac{2}{3x^2+10x+3}$$

Extrayendo el signo (–) de la fracción central se obtiene:

$$T=\frac{1}{x^2+2x-3}-\frac{1}{3x^2-2x-1}-\frac{2}{3x^2+10x+3}$$

Factorizando cada denominador se consigue:

$$T=\frac{1}{(x+3)(x-1)}-\frac{1}{(3x+1)(x-1)}-\frac{2}{(3x+1)(x+3)}$$

Dando común denominador tenemos: $T=\dfrac{3x+1-(x+3)-2(x-1)}{(3x+1)(x+3)(x-1)}$

Efectuando en el denominador:

$$T=\frac{3x+1-x-3-2x+2}{(3x+1)(x+3)(x-1)}$$

$$T=\frac{0}{(3x+1)(x+3)(x-1)}$$

$\therefore\ T=0$

Clave: B

Ejercicio 54

Reducir:

$$\frac{8}{(x^2+3)(x^2-1)}+\frac{2}{x^2+3}+\frac{1}{x+1}$$

A) $\frac{1}{x+1}$ B) $\frac{x+1}{x-1}$ C) $\frac{1}{x-1}$

D) $\frac{x-1}{x+1}$ E) 1

Resolución:

Sea T la expresión reducida, es decir:

$$T=\frac{8}{(x^2+3)(x^2-1)}+\frac{2}{x^2+3}+\frac{1}{x+1}$$

Dando común denominador en el numerador:

$$T=\frac{8+2(x^2-1)+(x^2+3)(x-1)}{(x^2+3)(x^2-1)}$$

Efectuando en el numerador:

$$T=\frac{8+2x^2-2+x^3+3x-x^2-3}{(x^2+3)(x^2-1)}$$

$$T=\frac{x^3+x^2+3x+3}{(x^2+3)(x^2-1)}$$

Factorizando el numerador conseguimos:

$$T=\frac{(x+1)(x^2+3)}{(x^2+3)(x^2-1)}$$

$$T=\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}$$

$$\therefore\ T=\frac{1}{x-1}$$

Clave: C

Ejercicio 55

Encontrar el equivalente de:

$$\frac{1}{1+\frac{1}{a+\frac{1}{b}}}-\frac{2ab+a(1+ab)+1}{1+(a+1)b}$$

A) – a   B) a   C) b

D) – b   E) $\frac{a}{b}$

Resolución:

Sea T el equivalente pedido, es decir:

$$T=\frac{1}{1+\frac{1}{a+\frac{1}{b}}}-\frac{2ab+a(1+ab)+1}{1+(a+1)b}$$

Transformando la primera fracción:

$$T=\frac{1}{1+\frac{b}{ab+1}}-\frac{2ab+a(1+ab)+1}{1+(a+1)b}$$

$$T=\frac{ab+1}{ab+1+b}-\frac{2ab+a(1+ab)+1}{1+ab+b}$$

Por tratarse de fracciones homogéneas:

$$T=\frac{ab+1-2ab-a-a^2b-1}{ab+b+1}$$

$$T=\frac{-ab-a-a^2b}{ab+b+1}=\frac{-a(b+1+ab)}{ab+b+1}$$

Finalmente simplificando conseguimos:

$$T=\frac{-a}{1}$$

$$\therefore T=-a$$

Clave: A



Ejercicio 56

Simplificar:

$$\frac{x-\dfrac{x-1}{x+1}}{1+\dfrac{x(x-1)}{x+1}};\ x\in\mathbb{R}^+$$

A) 1 B) 2 C) x

D) $2x$ E) $\dfrac{1}{x+1}$

Resolución:

Sea T la forma simplificada, es decir:

$$T=\frac{x-\dfrac{x-1}{x+1}}{1+\dfrac{x(x-1)}{x+1}}$$

Efectuando operaciones indicadas en cada término de la fracción compleja:

$$T=\frac{\dfrac{x^2+x-x+1}{x+1}}{\dfrac{x+1+x^2-x}{x+1}}$$

Reduciendo y efectuando productos de extremos y medios conseguimos:

$$T=\frac{(x^2+1)(x+1)}{(x+1)(x^2+1)}$$

$\therefore\ T=1$

Clave: A

Ejercicio 57

Efectuar la siguiente adición:

$$T=\frac{xy}{ab}+\frac{(x-a)(y-a)}{a(a-b)}+\frac{(x-b)(y-b)}{b(b-a)}$$

A) -1 B) 1 C) -2 D) 2 E) 3

Resolución:

Sea T la suma pedida, luego extrayendo el signo $(-)$ del denominador de la tercera fracción se tendrá:

$$T=\frac{xy}{ab}+\frac{(x-a)(y-a)}{a(a-b)}-\frac{(x-b)(y-b)}{b(a-b)}$$

Dando común denominador:

$$T=\frac{(a-b)xy+b(x-a)(y-a)-a(x-b)(y-b)}{ab(a-b)}$$

Efectuando en el numerador:

$$T=\frac{axy-bxy+bxy-aby-abx+a^2b-axy+abx-ab^2+aby}{ab(a-b)}$$

Reduciendo términos: $T=\dfrac{a^2b-ab^2}{ab(a-b)}+\dfrac{ab(a-b)}{ab(a-b)}$

$\therefore\ T=1$

Clave: B

Ejercicio 58

Simplificar la siguiente fracción:

$$\frac{x^3+x^2-x-1}{x^3-x^2-x+1}$$

A) x B) $\frac{1}{x+1}$ C) $-x$

D) $\frac{x-1}{x+1}$ E) $\frac{x+1}{x-1}$

Resolución:

Llamemos T a la fracción dada:

$$T=\frac{x^3+x^2-x-1}{x^3-x^2-x+1}$$

Factoricemos a sus términos según el criterio de la agrupación:

Para el numerador:

$$N=x^3+x^2-x-1\equiv x^2(x+1)-(x+1)$$

$$N=(x+1)(x^2-1)\equiv(x+1)(x+1)(x-1)$$

Es decir:

$$N=x^3+x^2-x-1\equiv(x+1)^2(x-1)$$

Para el denominador:

$$D=x^3-x^2-x+1\equiv x^2(x-1)-(x-1)$$

$$D=(x-1)(x^2-1)\equiv(x-1)(x-1)(x+1)$$

Es decir:

$$D=x^3-x^2-x+1\equiv(x-1)^2(x+1)$$

Luego la fracción T será:

$$T=\frac{(x+1)^2(x-1)}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$\therefore\ T=\frac{x+1}{x-1}$$

Clave: E

Ejercicio 59

Simplifíquese:

$$\frac{(x+y)^2-(xy+1)^2}{x^2-1}$$

A) $1+x$ B) $1+y$ C) xy

D) $1-y^2$ E) $1-x^2$

Resolución:

Lamemos T a la fracción dada y efectuemos la diferencia de cuadrados de sus términos.

$$\frac{(x+y+xy+1)(x+y-xy-1)}{(x+1)(x-1)} \quad \text{... (1)}$$

Factoricemos cada una de las expresiones encerradas por el paréntesis del numerador.

* $x+y+xy+1\equiv(x+1)+xy+y$

$$\equiv(x+1)+y(x+1)$$

Es decir:

$$x+y+xy+1\equiv(x+1)(y+1) \quad \text{... (2)}$$

* $x+y-xy-1\equiv(x-1)+y-xy$

$$\equiv(x-1)-(x-1)y$$

Es decir:

$$x+y-xy-1\equiv(x-1)(1-y) \quad \text{... (3)}$$

Finalmente reemplazando (2) y (3) en (1) se obtiene:

$$T=\frac{(x+1)(y+1)(x-1)(1-y)}{(x+1)(x-1)}$$

$$T=(y+1)(1-y)$$

$$\therefore\ T=1-y^2$$

Clave: D



Ejercicio 60

¿Cuántos factores primos presenta la siguiente expresión?

$$b\left[a^2(b+ac)+bc(c+ab)\right]+ac\left[c(a+bc)+b(abc+c)\right]$$

Resolución:

Efectuando se tendrá:

$$a^2b^2+a^3bc+b^2c^2+ab^3c+a^2c^2+abc^3+a^2b^2c^2+abc$$

Agrupando de 2 en 2 así:

$$\underline{a^2b^2}+\underline{a^3bc}+\underline{b^2c^2}+\underline{ab^3c}+\underline{a^2c^2}+abc^3+a^2b^2c^2+\underline{abc}$$

Se consigue

$$ab(ab+c)+a^2c(ab+c)+b^2c(ab+c)+abc^2(ab+c)$$

Extrayendo el factoe común:

$$(ab+c)(ab+a^2c+b^2c+abc^2)$$

En el 2do factor agrupamos de en 2 así:

$$(ab+c)\left[\underline{ab}+\underline{a^2c}+\underline{b^2c}+\underline{abc^2}\right]$$

Se consigue:

$$(ab+c)[a(b+ac)+bc(b+ac)]$$

$$(ab+c)(b+ac)(a+bc)$$

$\therefore$ Tiene 3 factores primos

Ejercicio 61

Factorizar:

$$ac+ad-acd-bc-bd+bcd$$

Resolución:

Agrupando de 2 en 2 así:

$$\underline{ac}+\underline{ad}-acd-\underline{bc}-\underline{bd}+bcd$$

$$c(a-b)+d(a-b)-cd(a-b)$$

Extrayendo factor común:

$$(a-b)(c+d-cd)$$

Ejercicio 62

¿Cuántos factores tiene

$$(a+b)(a+c)-(b+d)(c+d)\,?$$

Resolución:

Efectuando se tendrá:

$$a^2+ac+ab+bc-bc-bd-dc-d^2$$

Reduciendo y agrupando de 2 en 2 así:

$$\underline{a^2}+\underline{ac}+ab-bd-\underline{dc}-\underline{d^2}$$

Se obtiene:

$$(a+d)(a-d)+c(a-d)+b(a-d)$$

Extrayendo factor común:

$(a-d)(a+d+c+b)$

$\therefore$ N° de factores = (2)(2) = 4

Ejercicio 63

¿Cuántos factores primos tiene $ab(a-b)-ac(a-c)+bc(b-c)$?

Resolución:

Efectuando se tendrá:

$a^2b-ab^2-a^2c+ac^2+b^2c-bc^2$

Agrupando de 2 en 2 así:

$\underline{a^2b}-\underline{ab^2}-\underline{a^2c}+ac^2+\underline{b^2c}-bc^2$

Se consigue:

$ab(a-b)-c(a+b)(a-b)+c^2(a-b)$

Extrayendo factor común:

$(a-b)(ab-ac-bc+c^2)$

En el 2do factor agrupamos de 2 en 2 así:

$(a-b)(\underline{ab}-\underline{ac}-\underline{bc}+\underline{c^2})$

$(a-b)[a(b-c)-c(b-c)]$

Luego: $(a-b)(b-c)(a-c)$

$\therefore$ La expresión tiene 3 factores primos

Ejercicio 64

Proporcionar la suma de los factores primos de:

$$4(ad+bc)^2-(a^2-b^2-c^2+d^2)^2$$

Resolución:

Dando la forma de una diferencia de cuadrados se tendrá:

$(2ad+2bc)^2-(a^2-b^2-c^2+d^2)^2$

Efectuando convenientemente la diferencia de cuadrados.

$\left[(a^2+2ad+d^2)-(b^2-2bc+c^2)\right]\left[(b^2+2bc+c^2)-(a^2-2ad+d^2)\right]$

Luego:

$\left[(a+d)^2-(b-c)^2\right]\left[(b+c)^2-(a-d)^2\right]$

Efectuando la diferencia de cuadrados de cada corchete.

$(a+d+b-c)(a+d-b+c)(b+c+a-d)(b+c-a+d)$

$\therefore$ Σ de factores primos = $2(a+b+c+d)$

Ejercicio 65

¿Cuántos factores presenta la siguiente expresión $(1+ab)^2-(a+b)^2$?

Resolución:

Por diferencia de cuadrados se tendrá:

$(1+ab+a+b)(1+ab-a-b)$

Agrupando en cada factor de 2 en 2 así:

$(1+\underline{ab}+a+\underline{b})(1+\underline{ab}-a-\underline{b})$

Se consigue:

$\left[(1+a)+b(1+a)\right]\left[(1-a)-b(1-a)\right]$

Factorizando en cada corchete:

$(1+a)(1+b)(1-a)(1-b)$

$\therefore$ N° de factores $=(2)(2)(2)(2)=16$

Ejercicio 66

Factorizar:

$$x^3(y-z)-y^3(x-z)+z^3(x-y)$$

Resolución:

Efectuando se tendrá:

$x^3y-x^3z-y^3x+y^3z+z^3x-z^3y$

Agrupando de 2 en 2 así:

$\underline{x^3y}-\underline{x^3z}-\underline{y^3x}+y^3z+\underline{z^3x}-z^3y$

$x^3(y-z)-x(y^3-z^3)+yz(y^2-z^2)$

Extrayendo factor común:

$(y-z)(x^3-xy^2-xyz-xz^2+y^2z+yz^2)$

Agrupando en el 2do factor de 2 en 2 así:

$(y-z)(\underline{x^3}-\underline{xy^2}-\underline{xyz}-xz^2+\underline{y^2z}+yz^2)$

$(y-z)\left[(x^2-y^2)x-(x-y)yz-z^2(x-y)\right]$

Ahora se tendrá:

$(y-z)(x-y)(x^2+xy-yz-z^2)$

Agrupando en el 3er factor de 2 en 2 así:

$(y-z)(x-y)(\underline{x^2}+\underline{xy}-\underline{yz}-\underline{z^2})$

$(y-z)(x-y)\left[(x-z)(x+z)+y(x-z)\right]$

$\therefore (y-z)(x-y)(x-z)(x+y+z)$

Ejercicio 67

Factorizar:

$$a^6x^2-x^2+a^6x-x$$

Resolución:

Agrupando de 2 en 2 así:

$\underline{a^6x^2}-\underline{x^2}+\underline{a^6x}-\underline{x}$

$a^6x(x+1)-x(x+1)$

Extrayendo el factor común:

$x(x+1)(a^6-1)$

Por equivalencia algebraica en el 3er factor.

$\therefore x(x+1)(a+1)(a-1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

Ejercicio 68

¿Cuántos factores primos presenta la siguiente expresión

$(a+d)^4-2(b^2+c^2)(a+d)^2+(b^2-c^2)^2$?

Resolución:

Apliquemos aspa simple:

$(a+d)^4-2(b^2+c^2)(a+d)^2+(b+c)^2(b-c)^2$

$(a+d)^2 \qquad -(b+c)^2$

$(a+d)^2 \qquad -(b-c)^2$

Se tendrá:

$\left[(a+d)^2-(b+c)^2\right]\left[(a+d)^2-(b-c)^2\right]$

Apliquemos diferencia de cuadrados en cada corchette.

$(a+d+b+c)(a+d-b-c)\,.$

$.\,(a+d+b-c)(a+d-b+c)$

$\therefore$ N° de factores primos $=4$

Ejercicio 69

¿Cuántos factores tiene

$$x^4+6x^3+7x^2-6x+1\,?$$

Resolución:

Aplicando aspa doble especial

$$x^4+6x^3+\overline{7x^2}-6x+1$$

$x^2 \quad 3x \quad -1 \rightarrow -x^2$

$x^2 \quad 3x \quad -1 \rightarrow -x^2$ $\oplus$ $=-2x^2$

$7x^2-(-2x^2)=9x^2$

Se tendrá:

$$(x^2+3x-1)(x^2+3x-1)\equiv(x^2+3x-1)^2$$

$\therefore$ Tiene 3 factores

Ejercicio 70

Al factorizar

$$P(x)\equiv x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$$

Indicar el factor de 2do grado

Resolución:

Agrupando de 2 en 2 consecutivamente se tendrá:

$$P(x)\equiv x^6(x+1)+x^4(x+1)+x^2(x+1)+(x+1)$$

Extrayendo factor común

$$P(x)\equiv(x+1)(x^6+x^4+x^2+1)$$

Agrupando de 2 en 2 en el 2do factor, se consigue:

$$P(x)\equiv(x+1)\left[x^4(x^2+1)+(x^2+1)\right]$$

$$P(x)\equiv(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$$

$\therefore$ Factor pedido $\equiv x^2+1$

Ejercicio 71

Factorizar:

$$P(x)\equiv(6x+1)(3x+1)(12x+1)(4x+1)-\frac{35}{24}$$

Resolución:

Multipliquemos a ambos miembros por 24

$$24P(x)\equiv 24(6x+1)(3x+1)(12x+1)(4x+1)-35$$

Escribiendo así:

$$24P(x)\equiv 2(6x+1)\cdot 4(3x+1)(12x+1)3(4x+1)-35$$

$$24P(x)\equiv(12x+2)(12x+4)(12x+1)(12x+3)-35$$

Hacemos: $12x+1=y$, luego:

$$\equiv(y+1)(y+3)(y)(y+2)-35$$

Multiplicando 2 a 2 así:

$$\equiv(y+1)(y+2)(y+3)(y)-35$$

$$\equiv(y^2+3y+2)(y^2+3y)-35$$

$$\equiv(y^2+3y)^2+2(y^2+3y)-35$$

Por aspas simples:

$(y^2+3y-5)(y^2+3y+7)$

Finalmente se tendrá:

$$P(x)\equiv\frac{1}{24}\left[(12x+1)^2+3(12x+1)-5\right]\left[(12x+1)^2+3(12x+1)+7\right]$$

$$\therefore\ P(x)\equiv\frac{1}{24}(144x^2+60x+11)(144x^2+60x-1)$$

Ejercicio 72

Factorice:

$$P(x)\equiv x^7+x^5+1$$

Resolución:

Sumando y restando «x»

$$P(x)\equiv x^7-x+x^5+x+1$$

$$P(x)\equiv x(x^6-1)+\left[x^5-x^2+x^2+x+1\right]$$

$$P(x)\equiv x(x^3+1)(x^3-1)+\left[x^2(x^3-1)+(x^2+x+1)\right]$$

$$P(x)\equiv x(x^3+1)\underset{\smile}{(x^3-1)}+\underset{\smile}{(x^2+x+1)}(x^3-x^2+1)$$

Extrayendo el factor común:

$$\therefore P(x)\equiv(x^2+x+1)(x^5-x^4+x^3-x+1)$$

Ejercicio 73

Factorizar:

$$P(x)\equiv x^4+2x^2+9$$

Resolución:

Para reducir a diferencia de cuadrados suma y resta $4x^2$:

$$P(x)\equiv x^4+2x^2+4x^2+9-4x^2\equiv x^4+6x^2+9-4x^2$$

$$P(x)\equiv(x^2+3)^2-(2x)^2$$

Por diferencia de cuadrados

$$\therefore\ P(x)\equiv(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$$

Ejercicio 74

Si se cumple que:

$$\frac{12x-7}{x^2-4x+3} <> \frac{a}{x-1}+\frac{b}{x-3}$$

Calcular el valor de $\frac{b}{a}$

A) –2,7 B) 3,8 C) –5,8
D) 6,2 E) 1

Resolución

Efectuando la adición de fracciones en el segundo miembro:

$$\frac{a(x-3)+b(x-1)}{(x-1)(x-3)}$$

Ahora por condición se plantea que:

$$(a+b)x-(3a+b) \equiv 12x=7$$

Donde se cumple que:

$$a+b=12 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$3a+b=7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Efectuando (2) - (1) tenenemos:

$$2a=-5$$

$$a=-\frac{5}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Reemplazando (3) en (1) :

$$-\frac{5}{2}+b=12 \Rightarrow b=\frac{29}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{b}{a}=-5,8$$

Clave: C

Ejercicio 75

Si el siguiente polinomio $P(x) \equiv x^5+x^4+4x^3+5x^2+5x+2$ se define en Q. Determine su número de factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución

Como P(x) se define en R debemos encontrar factores primos en Q; es decir se debe factorizar hasta determinar polinomios irreducibles de coeficientes racionales.

El polonomio dado es:

$$P(x) \equiv x^5+x^4+4x^3+5x^2+5x+2$$

Según el método de los divisores binomios podemos asegurar que el polinomio no tiene factor de primer grado con coeficientes racionales.

Por artificio:

$$x^5+x^4+x^3+3x^3+3x^2+3x+2x^2+2x+2$$

Agrupando cada tres términos:

$$x^3(x^2+x+1)+3x(x^2+x+1)+2(x^2+x+1)$$

Ahora por factor común tenemos:

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^2+3x+1)$$

$\therefore$ Nº de factores primos = 2

Clave: B

Ejercicio 76

Si P(x) se divide entre $(x-3)$ se obtiene por residuo 7 y si se divide por $(x-4)$ el residuo es 3.

Determine el resto de dividir P(x) entre $(x^2-7x+12)$.

A) $4x-19$ B) $4x+17$ C) $-4x+17$
D) $4x-11$ E) $-4x+19$

Resolución

Según el enunciado se plantea que:

$$P(x) \div (x-3) \rightarrow R(x) \equiv 7$$
$$P(x) \div (x-4) \rightarrow R(x) \equiv 3$$

De acuerdo con el teorema del resto se cumple que:

$$P(3)=7 \wedge P(4)=2$$

Se pide el resto de dividir:

$$\frac{P(x)}{x^2-7x+12}=\frac{P(x)}{(x-3)(x-4)}$$

Nótese que el residuo buscado es de la forma $R(x) \equiv ax + b$.

Por la identidad de la división:

$$D(x) \equiv d(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Ahora la reemplaza:

$$P(x) \equiv (x-3)(x-4)\,Q(x) + ax + b$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Si } x = 4 \Rightarrow 4a + b = 3 \\ \text{Si } x = 3 \Rightarrow 3a + b = 7 \end{array}\right\} a = -4 \wedge b = 19$$

$\therefore\ R(x) \equiv -4x + 19$

Clave: E

Ejercicio 77

Si $ax + b$ es el resto de dividir:

$(x^5 - 2x^3 + 3x - 4) \div (x^2 + 1)$

Calcular ab.

A) –12 B) 12 C) –24 D) 24 E) 6

Resolución

Hallemos el resto de la división:

$$\frac{x^5-2x^3+3x-4}{x^2+1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1$$

En el dividiendo tenemos:

$D(x) \equiv x^5 - 2x^3 + 3x - 4$

$D(x) \equiv (x^2)^2 \cdot x - 2(x^2) \cdot x + 3x - 4$

Reemplazando $x^2 = -1$

$R(x) \equiv (-1)^2 \cdot x - 2(-1) \cdot x + 3x - 4$

$R(x) \equiv x + 2x + 3x - 4$

$R(x) \equiv 6x - 4$

Por condición $a = 6 \wedge b = -4$

$\therefore\ ab = -24$

Clave: C

Ejercicio 78

Determine el coeficiente del término lineal en el polinomio mónico $P(x)$ de tercer grado que es divisible en forma separada por $(x-2)$ y $(x+1)$, además 24 es el resto de dividir $P(x)$ entre $(x-3)$.

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

Resolución

Según el enunciado tenemos:

$P(x) \div (x-2) \rightarrow R(x) \equiv 0$

$P(x) \div (x+1) \rightarrow R(x) \equiv 0$

Por teorema:

$$P(x) \div [(x-2)(x+1)] \rightarrow R(x) \equiv 0$$

Por identidad de la división:

$$P(x) \equiv (x-2)(x+1)\,Q(x)$$

Como $P(x)$ es un polinomio mónico de tercer grado, la forma de $Q(x)$ es $x + b$.

Ahora en la identidad:

$P(x) \equiv (x-2)(x+1)(x+b)$ .... (1)

Por condición el resto de dividir: $\dfrac{P(x)}{x-3}$ es 24.

Por el teorema del resto $P(3) = 24$. Ahora en (1) tenemos:

$P(3) = (1)(4)(3 + b)$

$24 = 4(b + 3)$

$6 = b + 3 \leftrightarrow b = 3$

Finalmente en (1) se consigue:

$P(x) \equiv (x-2)(x+1)(x+3)$

$P(x) \equiv x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$\therefore$ coeficiente de $x = -5$

Clave: E

Problemas Resueltos



Problema 1

Si se da el siguiente esquema de la división:

	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	20
T_1		12	T_2	T_3	T_4	−28
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6

La cual ha sido efectuada por el método de Paolo Ruffini. Calcular el valor numérico de:

"$T_1A_1+N_3+T_2+T_1A_5-A_6$". Si A_3 es el primer número primo existente en la serie natural.

A) – 6 B) 6 C) 4
D) – 4 E) 2

Resolución:

Por condición: $A_3=2$

Del esquema:

$$T_1A_1=12$$

$$T_1A_5=-28$$

$$N_3+T_2=A_3 \rightarrow N_3+T_2=2$$

$$20-28=A_6 \rightarrow A_6=-8$$

$$\therefore\ \mathbf{T_1A_1+N_3+T_2+T_1A_5-A_6=-6}$$

Clave: A

Problema 2

Calcular el valor numérico de: $\dfrac{n+19}{k+1}$, si la

división: $\dfrac{x^{19}-nk+k}{x^2-2x+1}$ es exacta.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Resolución:

Los elementos de la división son:

$D(x)\equiv x^{19}+0x^{18}+0x^{17}+...+0x^2-nx+k$

$d(x)\equiv x^2-2x+1;\ R(x)\equiv 0$

Fácilmente podemos reconocer que el dividendo tiene 20 términos, luego según el método de Horner procedemos de la manera siguiente:

18 términos

1	1	0	0	0	0	...	0	0	−n	k
2		2	−1	−2	−3				−17	−18
−1				4	6				36	
	1	2	3	4	...		17	18	0	0

Por introducción

En el residuo: $-n-17+36=0 \rightarrow n=19$

$$k-18=0 \rightarrow k=18$$

$$\therefore\ \frac{n+19}{k+1}=2$$

Clave: C

Problema 3

Calcular la suma de coeficientes del cociente de dividir:

$$\frac{2x^{99}-x^{98}+5x^2-10x+18}{x-1}$$

A) 50 B) 75 C) 80
D) 60 E) 100



Resolución:
Reconocemos a los elementos de la división:

$$D(x) \equiv 2x^{99} - x^{98} + 0x^{97} + 0x^{96} + ... + 5x^2 - 10x + 18;\ d(x) \equiv x - 1$$

El dividendo D(x) tiene 100 términos, luego según el método de Ruffini:

99 términos

	2	−1	0	0	0	....	0	5	−10	18
1	↓	2	1	1			1	1	6	−4
	2	1	1	1	... por inducción...		1	6	−4	14

96 términos

La suma de coeficientes del cociente supongamos "T", ahora:

$T = 2 + \underbrace{1 + 1 + 1 + ... 1}_{96 \text{ términos}} + 6 - 4$; es decir: T = 2 + 96(1) + 6 − 4 = 2 + 96 + 2

$\therefore$ **T = 100**

Clave: E

Problema 4

Determine el valor natural de "n" para que $\dfrac{x^5 - 29x + 2n + 8}{x^2 + nx - 1}$ sea una división exacta.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:
Los datos son:

$D(x) \equiv x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 - 29x + (2n + 8)$

$d(x) \equiv x^2 + nx - 1;\ R(x) \equiv 0$

Aplicamos el método de Horner:

1	1	0	0	0	−29	(2n + 8)
−n		−n	1	−n	(n^2+1)	$-(n^3+2n)$
1			n^2	$-(n^3+n)$	(n^4+2n^2)	
	1	−n	(n^2+1)	$-(n^3+2n)$	0	0

En el residuo: $(2n + 8) - (n^3 + 2n) = 0 \Rightarrow n^3 = 8$

$\therefore n = 2$

Clave: B

Problema 5

Si el polinomio

$P(x) \equiv ax^7 + bx^5 - 1$ es divisible por el polinomio

$F(x) \equiv mx^5 + nx^4 + cx^3 - x - 1$. Calcular el valor de T = ab + mn + c

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

Como la división es exacta, los polinomios se podrán ordenar en forma creciente:

$P(x) \equiv -1 + 0x + 0x^2 + 0x^3 + 0x^4 + bx^5 + 0x^6 + ax^7$

$F(x) \equiv -1 - x + 0x^2 + cx^3 + nx^4 + mx^5$

Ahora efectuamos la división: $P(x) \div F(x)$. Por el método de Horner:

−1	−1	0	0	0	0	*b*	0	*a*
1		1	0	−c	−n	−m		
0			−1	0	c	n	m	
−c				1	0	−c	−n	−m
−n								
−m								
	1	−1	1	0	0	0	0	0

El el residuo se tiene:

$-c + 1 = 0 \Rightarrow c = 1$

$-n + c = 0 \Rightarrow n = c;\ n = 1$

$b - m + n - c = 0 \Rightarrow b = m;\ b = 1$

$m - n = 0 \Rightarrow m = n;\ m = 1$

$a - m = 0 \Rightarrow a = m;\ a = 1$

$\therefore \mathbf{ab + mn + c = 3}$

Clave: C

Problema 6

Si en la siguiente división: $\dfrac{8x^5 + 6x^4 + x^3 + \alpha x^2 + 2x + \theta}{2x - x + 1}$

Se obtiene un residuo idéntico: $(\theta + 1)x + (\alpha - 4)$, luego el valor de $\sqrt[\theta-2]{\alpha^{\alpha-\theta}}$ es:

A) 4 B) 16 C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}a$



Resolución:
En el esquema de Horner se tendrá:

2	8	6	1	α	2	θ
1		4	−4	−5	−1	$-\left[\frac{\alpha-4}{2}\right]$
−1			5	1	$\left[\frac{\alpha-4}{2}\right]$	
	4	5	1	$[(\alpha-4)/2]$	$(\theta+1)$	$(\alpha-4)$

En el residuo:

$$2-1+\frac{\alpha-4}{2}=\theta+1 \Rightarrow \alpha-2\theta=4 \ldots (1)$$

$$\theta-\frac{\alpha-4}{2}=\alpha-4 \Rightarrow 3\alpha-2\theta=12 \quad \ldots (2)$$

Restando (2) − (1): $2\alpha=8;\ \alpha=4$

En (1): $4-2\theta=4;\ \theta=0$

$\therefore\ T=16$

Clave: B

Problema 7
A continuación se muestra el esquema de una división lo cual ha sido efectuada mediante el método de Horner:

3	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
k_1		4	−12	−18	42
k_2			6	−14	
	2	3	−7	6	8

Indicar el mayor coeficiente del dividendo:
A) 36 B) 37 C) 38
D) 39 E) 40

Resolución:
Los coeficientes del dividendo verifican:

$$\frac{A_1}{3}=2 \Rightarrow A_1=6$$

$$\frac{A_2+4}{3}=3 \Rightarrow A_2=5$$

$$\frac{A_3-12+6}{3}=-7 \Rightarrow A_3=-15$$

En el residuo:

$$A_4-18-14=6 \Rightarrow A_4=38$$

$$A_5+42=8 \Rightarrow A_5=-34$$

Finalmente la respuesta será: "A_4".

$$\therefore\ A_4=38$$

Clave: C

Problema 8
Sabiendo que la división:

$$\frac{4x^4-4x^3+mx^2+nx+2}{x^2+1}$$

deja un residuo que al ser elevado al cuadrado resulta idéntico al cociente. Calcular "m + n"
A) 1 B) − 1 C) 3
D) 2 E) − 2

Resolución:
Utilicemos el método de Horner para encontrar $Q(x)$ y $R(x)$ de la división:

1	4	−4	m	n	2
0		0	−4	4	
−1			0	0	−(m − 4)
	4	−4	(m − 4)	(n + 4)	(6 − m)

Ahora tenemos:

$Q(x) \equiv 4x^2 - 4x + (m-4)$

$R(x) \equiv (n+4)x + (6-m)$

Por condición: $[R(x)]^2 \equiv Q(x)$

$[(n+4)x + (6-m)]^2 \equiv 4x^2 - 4x + (m-4) - (1)$

Por ser identidad hacemos:

$x = 0 : (6-m)^2 = m - 4 \begin{cases} m=5 \\ m=8 \end{cases}$

$x = 1 : (10 + n - m)^2 = m - 4$

Si $m = 5 \begin{cases} n = -4 \\ n = -6 \end{cases}$

Pero de (1) notamos que $n \neq -4$, luego:
$m = 5 \ \wedge \ n = -6$

Si $m = 8 \begin{cases} n = 0 \\ n = -4 \end{cases}$ ¡no cumple en (1)?

$\therefore m + n = -1$

Clave: B

Problema 9

Al dividir: $6x^5 - x^4 + ax^3 - 3x^2 + 4$ por $3x^3 - 2x^2 - x - 2$ se obtiene como resto: $bx + c$; calcular "a + b + c"

A) − 1 B) − 2 C) − 3 D) − 4 E) − 5

Resolución:
Observa que $[d(x)]° = 3$, luego al utilizar el método de Horner en su esquema se tendrá un residuo de 3 términos $([R(x)]° = 2)$, razón por la cual el residuo deberá ser:
$R(x) \equiv 0x^2 + bx + c \equiv bx + c$, ahora:

$D(x) \equiv 6x^5 - x^4 + ax^3 - 3x^2 + 0x + 4$

$d(x) \equiv 3x^3 - 2x^2 - x - 2$

3	6	−1	a	−3	0	4
2		4	2	4	2	$2\left[\frac{a+4}{3}\right]$
1			2	1	$\left[\frac{a+4}{3}\right]$	
2				$2\left[\frac{a+4}{3}\right]$		
	2	1	$\left[\frac{a+4}{3}\right]$	0	b	c

En el residuo: $-3+4+1+2\left[\dfrac{a+4}{3}\right]=0 \Rightarrow a=-7$

$$2+\frac{a+4}{3}=b \Rightarrow b=1$$

$$4+2\left[\frac{a+4}{3}\right]=c \Rightarrow c=2$$

$$\mathbf{a+b+c=-4}$$

Clave: D

Problema 10

Determinar el valor de "n" sabiendo que la suma de coeficientes del cociente y el residuo obtenido al dividir:

$\dfrac{nx^{51}+2mx+2m-n}{x-1}$ son 161 y 16 respectivamente.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

Reconociendo a los elementos de la división:

$$D(x)\equiv nx^{51}+0x^{50}+0x^{49}+...+2mx+(2m-n)$$

$$d(x)\equiv x-1;\ R(x)\equiv 16$$

Luego el dividendo $[D(x)]$ tiene 52 términos.

Efectuamos la división por el método de Ruffini.

51 términos

	n	0	0	0	...	0	0	2m	(2m − n)
1	↓	n	n	n	...	n	n	n	2m + n
	n	n	n	n	...	n	n	(2m + n)	16

50 términos

Del residuo: $(2m-n)+(2m+n)=16 \Rightarrow m=4$

En el cociente: Σ coef $Q(x)=50n+(2m+n)$

$$161=50n+2m+n \Leftrightarrow 161=51n+8$$

$$153=51n$$

$$\therefore\ \mathbf{n=3}$$

Clave: C

Problema 11

Proporcionar el residuo de dividir: $\dfrac{(x+2)^{82}-4(x+2)^{63}+5(x+2)^{24}+3(x+2)^3-7}{x^2+4x+5}$

A) $x+1$ B) $x-1$ C) $x+2$ D) $x-2$ E) x+3

Resolución:

Por el teorema del resto: $x^2+4x+5=0 \Rightarrow x^2+4x=-5$

Ahora busquemos x^2+4x, en el dividendo.

$D(x) \equiv (x+2)^{82}-4(x+2)^{63}+5(x+2)^{24}+3(x+2)^3-7$

$D(x) \equiv \left[(x+2)^2\right]^{41}-4\left[(x+2)^2\right]^{31}(x+2)+5\left[(x+2)^2\right]^{12}+3(x+2)^2(x+2)-7$

$D(x) \equiv \left[x^2+4x+4\right]^{41}-4\left[x^2+4x+4\right]^{31}(x+2)+5\left[x^2+4x+4\right]^{12}+3\left[x^2+4x+4\right](x+2)-7$

Hagamos que: $x^2+4x=-5$

$R(x) \equiv [-1]^{41}-4[-1]^{31}(x+2)+5[-1]^{12}+3[-1](x+2)-7$

$R(x) \equiv -1+4(x+2)+5-3(x+2)-7 \equiv -1+4x+8+5-3x-6-7$

$\therefore$ $\mathbf{R(x) \equiv x-1}$

Clave: B

Problema 12

Proporcionar el residuo de dividir: $\dfrac{(x-5)^{30}+(x-5)^{22}+3(x-5)^{18}+(x-3)^{16}+10-2^{16}}{x-5}$

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 0

Resolución:

Por el teorema del resto: $x-5=0 \Rightarrow x=5$

$D(x) \equiv (x-5)^{30}+(x-5)^{22}+3(x-5)^{18}+(x-3)^{16}+10-2^{16}$

Hagamos $x=5$: $R(x) \equiv 2^{16}+10-2^{16}$

$\therefore$ $\mathbf{R(x) \equiv 10}$

Clave: D

Problema 13

Proporcionarel residuo de la división mostrada:

$$\frac{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)}{x^2+7x+2}$$

A) 120 B) 260 C) 300 D) 320 E) 360

Resolución:

Por el toerema del resto: $x^2+7x+2=0 \Rightarrow x^2+7x=-2$

Transformando en el dividendo: $D(x)\equiv(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)$

$$D(x)\equiv[(x+1)(x+6)][(x+2)(x+5)][(x+3)(x+4)]$$

$$D(x)\equiv\left[x^2+7x+6\right]\left[x^2+7x+10\right]\left[x^2+7x+12\right]$$

Hacemos: $x^2+7x=-2$: $R(x)\equiv[4][8][10]$

$\therefore$ $\mathbf{R(x)\equiv 320}$

Clave: D

Problema 14

Indicar el residuo de dividir:

$$\frac{x^{2n+1}-7x^{2n}+2x^{n+1}+5x^n+6x+4}{x^n+1};\ n\in\mathbb{Z}^+$$

A) $x-8$ B) $5x-8$ C) $5x+8$ D) $5x+7$ E) $x-5$

Resolución:

Por el teorema del resto: $x^n+1=0 \Rightarrow x^n=-1$

Transformando en el dividendo: $D(x)\equiv x^{2n+1}-7x^{2n}+2x^{n+1}+5x^n+6x+4$

$$D(x)\equiv(x^n)^2\cdot x-7(x^n)^2+2(x^n)x+5(x^n)+6x+4$$

Hacemos $x^n=-1$: $R(x)\equiv(-1)^2\cdot x-7(-1)^2+2(-1)x+5(-1)+6x+4$

$$R(x)\equiv x-7-2x-5+6x+4$$

$\therefore$ $\mathbf{R(x)\equiv 5x-8}$

Clave: B

Problema 15

Proporcionar el residuo de la siguiente división: $\dfrac{(x-5)^{20}+(x-6)^{19}-1}{x^2+11x+30}$

A) $x-12$ B) $2x-12$ C) $2x+12$ D) $x+12$ E) $2x-1$

Resolución:

$d(x)\equiv x^2-11x+30$; factorizando se tendrá: $d(x)\equiv(x-5)(x-6)$

$D(x)\equiv(x-5)^{20}+(x-6)^{19}-1$; por la relación matemática:

$$(x-5)^{20}+(x-6)^{19}-1\equiv \underbrace{(x-5)(x-6)}_{2^{do}\text{ grado}}Q(x)+\underbrace{R(x)}_{1^{er}\text{ grado}}$$

La forma del residuo será: $R(x)\equiv ax+b$

Luego en la identidad: $(x-5)^{20}+(x-6)^{19}-1\equiv(x-5)(x-6)Q(x)+ax+b$

$$\left.\begin{array}{l} x=5: -1-1=5a+b \Rightarrow 5a+b=-2 \\ x=6: \ 1-1=6a+b \Rightarrow 6a+b=\ 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} a=2 \\ b=-12 \end{array}$$

Finalmente el residuo viene dado por:

$$R(x)\equiv ax+b$$

$$\therefore\ \mathbf{R(x)\equiv 2x-12}$$

Clave: B

Problema 16

Encontrar el residuo de dividir x^{18} entre: x^2+x+1.

A) $x-1$ B) x C) -1
D) $-x$ E) 1

Resolución:

Utilizamos el toerema adicional (1) con la finalidad de que el divisor se transforme en un binomio.

La división propuesta es:

$$\frac{x^{18}}{x^2+x+1}\ ¿R(x)\equiv ?$$

La nueva división será:

$$\frac{x^{18}(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)} <> \frac{x^{19}-x^{18}}{x^3-1}$$

Ahora hallemos R'(x), residuo de la nueva división.

Por el teorema del resto:

$$x^3-1=0\Rightarrow x^3=1$$

Transformando al nuevo dividendo:

$$D'(x)\equiv x^{19}-x^{18}\equiv(x^3)^6\cdot x-(x^3)^6$$

Hacemos: $x^3=1$

$$R'(x)\equiv(1)^6x-(1)^6\Rightarrow R'(x)=x-1$$

Como al D(x) y al d(x) hemos multiplicado por $(x-1)$; el residuo también quedo multiplicado por $(x-1)$; luego $[R(x)](x-1)\equiv R'(x)$

$$\therefore\ \mathbf{R(x)=1}$$

Clave: E

Problema 17

Encontrar un polinomio de tercer grado que sea divisible en forma separada por $(x+2)$ y $(x+1)$ sabiendo además que la suma de sus coeficientes es 24 y que su término independiente es 2.

A) $3x^3-7x+2$

B) x^3-10x^2+9x+2

C) $3x^3+10x^2+9x+2$

D) $3x^3+10x^2-x+2$

E) x^3+10x^2-7x+2

Resolución:

Sea $P(x)$ el polinomio buscado. De los datos:

$P(1)=24$: suma de coeficientes de $P(x)$

$P(0)=2$: Término independiente, también:

$P(x)\div(x+2) \Rightarrow R(x)\equiv 0$

$P(x)\div(x+1) \Rightarrow R(x)\equiv 0$

Por el teorema (1) de divisibilidad tenemos:

$P(x)\div[(x+2)(x+1)] \Rightarrow R(x)\equiv 0$

Por el teorema (2) de divisibilidad tenemos:

$P(x)\equiv(x+2)(x+1)Q(x)$ ... (I)

Como $P(x)$ es de 3er grado: $Q(x)$ es de 1er grado, siendo su forma:

$Q(x)\equiv ax+b$

Luego en (1) se tendrá:

$P(x)\equiv(x+2)(x+1)(ax+b)$ ... (II)

Hagamos $x=1$ en (II):

$$P(1)=(3)(2)(a+b)$$
$$24=6(a+b)$$
$$4=a+b$$

Hagamos $x=0$ en (II):

$$P(0)=(2)(1)(b)$$
$$2=2b$$
$$1=b$$

Pero $a+b=4$, luego $a=3$

Finalmente en (II) se tendrá:

$$P(x)\equiv(x+2)(x+1)(3x+1)$$

$$\therefore\ \mathbf{P(x)=3x^3+10x^2+9x+2}$$

Clave: C

Problema 18

Proporcionar el residuo de dividir:

$$\frac{3x^{45}-2x^{10}+7}{x^2-x+1}$$

A) $2x^2+6x+4$ B) $x+4$ C) $2x+4$ D) $2x-4$ E) $x-2$

Resolución:

Por restos especiales multupliquemos al $D(x)$ y $d(x)$ por $(x+1)$, luego la nueva división será:

$$\frac{(3x^{45}-2x^{10}+7)(x+1)}{(x^2-x+1)(x+1)}$$

$$\frac{3x^{46}-2x^{11}+7x+3x^{45}-2x^{10}+7}{x^3+1}$$

Ahora hallemos el residuo de esta división:

Por el teorema del resto $x^3=-1$:

$$D'(x)\equiv 3(x^3)^{15}\cdot x-2(x^3)^3\cdot x^2+7x+3(x^3)^{15}-2(x^3)^3x+7$$

Hacemos $x^3=-1$: $R'(x)\equiv 3(-1)^{15}\cdot x-2(-1)^3\cdot x^2+7x+3(-1)^{15}-2(-1)^3x+7$

$$R'(x)\equiv -3x+2x^2+7x-3+2x+7\equiv 2x^2+6x+4$$

$$R'(x)\equiv 2(x^2+3x+2)\equiv 2(x+2)(x+1)$$

Finalmente se plantea:

$(x+1)[R(x)] \equiv 2(x+2)(x+1) \Rightarrow R(x) \equiv 2(x+2)$

$$\therefore\ \mathbf{R(x) = 2x + 4}$$

Clave: C

Problema 19

Encontrar un polinomio: P(x) de 2do grado, que sea divisible en forma separada por: $(x-2)$ y $(x+1)$ cuya suma de coeficientes sea: – 6

A) $x^2 - x - 6$ B) $3x^2 - 3x - 6$

C) $3x^2 - x - 6$ D) $3x^2 + 3x - 6$

E) $x^2 + x - 6$

Resolución:

Datos: $P(1) = -6$

$$\left.\begin{array}{l} P(x) \div (x-2) \Rightarrow R(x) \equiv 0 \\ P(x) \div (x+1) \Rightarrow R(x) \equiv 0 \end{array}\right\} \text{Por teorema}$$

$P(x) \div [(x-2)(x+1)] \Rightarrow R(x) \equiv 0$

Ahora se tendrá:

$P(x) \equiv (x-2)(x+1)Q(x)$

Como $P(x)$ es de 2do grado; $Q(x)$ es de grado cero, es decir:

$$Q(x) \equiv a;\ a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

Ahora en la identidad se tendrá:

$P(x) \equiv (x-2)(x+1)a$ ... (1)

Hagamos $x = 1$

$P(1) = (-1)(2)a$

$-6 = -2a \rightarrow a = 3$

Finalmente en (I) se tendrá:

$P(x) \equiv (x-2)(x+1) \cdot 3$

$\therefore\ \mathbf{P(x) \equiv 3x^2 - 3x - 6}$

Clave: B

Problema 20

Encontrar un polinomio P(x) de tercer grado sabiendo que al dividirlo separadamente por $(x+3)$, $(x+2)$ y $(x+1)$ se obtiene el mismo resto 8 y al dividirlo por $(x+4)$ se obtiene como resto 20.

A) $-2x^3 - 22x - 4$

B) $2x^3 - 12x^2 - 22x - 4$

C) $-2x^3 + 12x^2 - 22x - 4$

D) $-x^3 - 12x^2 - 2x - 4$

E) $-2x^3 - 12x^2 - 22x - 4$

Resolución:

Por condición $P(x) \div (x+4)$ origina residuo 20, luego por el teorema del resto tenemos $P(-4) = 20$.

También por condición:

$$\left.\begin{array}{l} P(x) \div (x+3) \Rightarrow R(x) = 8 \\ P(x) \div (x+2) \Rightarrow R(x) = 8 \\ P(x) \div (x+1) \Rightarrow R(x) = 8 \end{array}\right\} \text{Por teorema:}$$

$P(x) \div [(x+3)(x+2)(x+1)] \Rightarrow R(x) = 8$

De la relación matemática para la división tenemos:

$P(x) \equiv (x+3)(x+2)(x+1)\ Q(x) + 8$

Como $P(x)$ es de 3er grado, $Q(x)$ es de grado cero; es decir $Q(x) \equiv a;\ a \in \mathbb{R} - \{0\}$

Luego en la identidad se tendrá:

$P(x) \equiv (x+3)(x+2)(x+1)a + 8$

Hagamos $x = -4$

$P(-4) = (-1)(-2)(-3)a + 8$

$20 = -6a + 8 \Rightarrow a = -2$

Finalmente en (1) se tendrá:

$P(x) \equiv (x+3)(x+2)(x+1)(-2) + 8$

$\therefore\ \mathbf{P(x) \equiv -2x^3 - 12x^2 - 22x - 4}$

Clave: E



Problema 21

Un polinomio P(x) de cuarto grado es divisible separadamente por:

(x^2+1) y (x^2+2x+2), si se divide P(x) entre (x^3-1) el residuo es $6x^2+6x+8$; luego el término independiente de x en P(x) es:

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Por condición tenemos:

$$P(x) \div (x^2+1) \Rightarrow R(x) \equiv 0$$

$$P(x) \div (x^2+2x+2) \Rightarrow R(x) \equiv 0$$

Por teorema:

$$P(x) \div [(x^2+1)(x^2+2x+2)] \Rightarrow R(x) \equiv 0$$

Como P(x) es de cuarto grado, por teorema:

$$P(x) \equiv (x^2+1)(x^2+2x+2)a; a \in \mathbb{R} - \{0\} \dots (I)$$

También:

$$P(x) \div (x^3-1) \Rightarrow R(x) \equiv 6x^2+6x+8$$

De la relación matemática:

$$P(x) \equiv (x^3-1)Q(x) + 6x^2+6x+8$$

Hacemos $x = 1$

$$P(1) \equiv 6(1)^2+6(1)+8 \Rightarrow P(1) = 20$$

En (I) hacemos $x = 1$

$$\underbrace{P(1)}_{\downarrow} = (1+1)(1+2+2)a$$

$$20 = (2)(5)a \Rightarrow a = 2$$

Finalmente en (I) se tendrá:

$$P(x) \equiv (x^2+1)(x^2+2x+2) \cdot 2$$

Como se pide término indepediente de x en P(x) hacemos $x = 0$:

P(0) = (1)(2).2

$\therefore$ **P(0) = 4**

Clave: D

Problema 22

Un polinomio P(x) presenta las siguientes características: $[P(x)]^{o} = n+1$; término independiente = – 3; es mónico, es divisible por (x^n+1), además P(2) = – 33.

Según lo mencionado proporcionar el valor de "n"

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

$$P(x) \div (x^n+1) \Rightarrow R(x) \equiv 0$$

Por el teorema: $P(x) \equiv (x^n+1)Q(x)$

Como P(x) es de grado "n +1" y mónico Q(x) será de primer grado, siendo su forma: $Q(x) \equiv x+a$; ahora en la identidad se tendrá:

$$P(x) \equiv (x^n+1)(x+a) \quad \dots (I)$$

También:

Término independiente de x en P(x) = – 3

Es decir: P(0) = – 3
P(2) = – 33

Luego en (1) hagamos $x = 0$

$$P(0) = (1)(a) \Leftrightarrow a = -3$$

Por lo tanto:

$$P(x) \equiv (x^n+1)(x-3)$$

Hagamos $x = 2$:

$$\underbrace{P(2)}_{\downarrow} = (2^n+1)(-1)$$

$$-33 = -(2^n+1) \Leftrightarrow 2^n = 32$$

$$\therefore n = 5$$

Clave: E

Problema 23

Al efectuar la división del polinomio $P(x)$ entre $\left(x^2+1\right)$ se obtuvo como residuo $(x-2)$.

¿Qué residuo se obtendrá al dividir el cubo del polinomio $P(x)$ entre $\left(x^2+1\right)$?

A) $x-2$ B) $11x+2$ C) $7x-11$ D) $11x-2$ E) $2x-11$

Resolución:

Por la relación matemática para la division se tendrá:

$$P(x)\equiv\left(x^2+1\right)Q(x)+(x-2)$$

Se pide el residuo de la siguiente división:

$$\frac{[P(x)]^3}{x^2+1}$$

Pero de (I):

$P(x)\equiv\left(x^2+1\right)Q(x)+(x-2)$, elevando al cubo:

$$[P(x)]^3\equiv\left[\left(x^2+1\right)Q(x)\right]^3+(x-2)^3+3\left[\left(x^2+1\right)Q(x)\right](x-2)\left[\left(x^2+1\right)Q(x)+(x-2)\right]$$

Ahora el residuo pedido se obtendrá de dividir:

$$\frac{\left[\left(x^2+1\right)Q(x)\right]^3+(x-2)^3+3\left[\left(x^2+1\right)Q(x)\right](x-2)\left[\left(x^2+1\right)Q(x)+(x-2)\right]}{x^2+1}$$

Por el teorema del resto $x^2+1=0$; observa que en el dividendo al reemplazar $x^2+1=0$ se obtendrá $(x-2)^3$, luego el residuo de la división se obtendrá de reemplazar $x^2=-1$ (teorema del resto) en $(x-2)^3$.

$(x-2)^3\equiv x^3-3\left(x^2\right)(2)+3(x)(2)^2-2^3$

Es decir: $(x-2)^3\equiv x\left(x^2\right)-6\left(x^2\right)+12x-8$

Hagamos: $x^2=-1$

$R(x)\equiv x(-1)-6(-1)+12x-8$

$R(x)\equiv -x+6+12x-8$

$\therefore$ $\mathbf{R(x)\equiv 11x-2}$ **Clave: D**

Problema 24

Un polinomio entero en "x" al ser dividido por $(x-1)$ y por $(x-2)$ separadamente proporcionan residuos 6 y 8 respectivamente. ¿Qué expresión se debe restar al polinomio para que al dividirlo entre $[(x-1)(x-2)]$, la división resulte exacta?

A) $2x-4$ B) $2x+4$ C) $x+4$ D) $x+4$ E) $2x+1$



Resolución:
Para que una división sea exacta debemos restar al dividendo el residuo, así:

$$\underbrace{D(x) - R(x)}_{\text{nuevo dividendo}} \equiv d(x)\cdot Q(x)$$

En el problema se pide el residuo de dividir:
$P(x) \div [(x-1)(x-2)]$
De la relación matemática:

$$P(x) \equiv \underbrace{(x-1)(x-2)}_{2^{do}\text{ grado}}Q(x) + \underbrace{R(x)}_{1^{er}\text{ grado}}$$

Es decir $R(x) \equiv ax+b$, luego:
$P(x) \equiv (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \;...\;(I)$
Por condición tenemos:
$P(x) \div (x-1) \Rightarrow R(x) = 6 : P(1) = 6$
$P(x) \div (x-2) \Rightarrow R(x) = 8 : P(2) = 8$
En (I):

$$\left.\begin{array}{l} x=1: P(1) = a+b \Rightarrow \quad a+b=6 \\ x=2: P(2) = 2a+b \Rightarrow 2a+b=8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} a=2 \\ b=4 \end{array}$$

Finalmente el residuo será:

$$R(x) \equiv ax+b$$
$$\therefore\; \mathbf{R(x) \equiv 2x+4}$$

Clave: B

Problema 25
Un polinomio $P(x)$ de sexto grado tiene raíz cuadrada exacta, $P(x)$ es divisible entre (x^2+1) y $(x+3)$ en forma separada y si se le divide por $(x+2)$ el resto es 225.
Indicar la suma de coeficientes de $P(x)$

A) 400 B) 625 C) 576
D) 216 E) 224

Resolución:
Por condición tenemos:

$$P(x) \div (x^2+1) \Rightarrow R(x) \equiv 0$$
$$P(x) \div (x+3) \Rightarrow R(x) \equiv 0$$

Por teorema:

$$P(x) \equiv (x^2+1)(x+3)Q(x)$$

Como $P(x)$ es de sexto grado: $Q(x)$ es de tercer grado.
Como $P(x)$ tiene raíz cuadrada exacta, la forma de $Q(x)$ será:

$$Q(x) \equiv a^2(x^2+1)(x+3);\; a \in \mathbb{R}-\{0\}$$

Luego $P(x)$ será:

$$P(x) \equiv \left[(x^2+1)(x+3)a\right]^2 \quad ...\;(I)$$

También:
$P(x) \div (x+2) \Rightarrow R(x) = 225$
Ahora en (I) hacemos $x = -2$

$$P(-2) = [(5)(1)a]^2 \Rightarrow 225 = 25a^2;$$

es decir $a = 3$.
Reemplazando en (I):

$$P(x) \equiv \left[3(x^2+1)(x+3)\right]^2 \quad ...\;(II)$$

Se pide la suma de coeficientes de $P(x)$, es decir $P(1)$
En (II) hagamos $x = 1$:

$$P(1) \equiv [3(2)(4)]^2$$
$$\therefore\; \mathbf{P(1) \equiv 576}$$

Clave: C

Problema 26
El resto de dividir $P(x) \div (x^3+1)$ es $3x^2-5x+4$. Determine el resto de dividir $P(x) \div (x^2-x+1)$

A) $2x-1$ B) $-x+1$ C) $-2x+3$
D) $2x-1$ E) $-2x+1$

Resolución:
Dato:

$$P(x) \div (x^3+1) \Rightarrow R(x) \equiv 3x^2-5x+4$$

E&M

De la relación matemática:

$$P(x) \equiv (x^3+1)Q(x)+3x^2-5x+4$$

Es decir:

$$P(x) \equiv (x+1)(x^2-x+1)Q(x)+3x^2-5x+4$$

Se pide el residuo de la siguente división:

$$\frac{(x+1)(x^2-x+1)Q(x)+3x^2-5x+4}{x^2-x+1}$$

Por el teorema del resto:

$x^2-x+1=0 \Rightarrow x^2=x-1$

En el dividendo:

$$P(x) \equiv (x+1)(x^2-x+1)Q(x)+3x^2-5x+4$$

Remplacemos $x^2=x-1$:

$R(x) \equiv 3(x-1)-5x+4$

$R(x) \equiv 3x-3-5x+4$

$\therefore\ \mathbf{R(x) \equiv -2x+1}$

Clave: E

Problema 27

Si el tercer término del cociente de la división $\frac{1}{2}\left[\frac{(x+2)^\alpha - x^\alpha}{x+1}\right]$ tiene como valor numérico 2^{12} para $x=2$.

Calcular el valor de "α"

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 4

Resolución:

Dando la forma de una división notable:

$$\frac{(x+2)^\alpha - x^\alpha}{(x+2)+x}$$

Observa que α = número par

Hallemos "T_3" término de lugar 3 de su cociente:

$T_3=(x+2)^{\alpha-3}(x)^{3-1}=(x+2)^{\alpha-3}x^2$; el V.N. del T_3 cuando $x=2$ es:

$$V.N(T_3)=4^{\alpha-3}\cdot 2^2$$

Por condición tenemos:

$$2^{12}=4^{\alpha-3}\cdot 2^2=2^{2\alpha-4}$$

Por teorema se cumple que:

$$12=2\alpha-4 \leftrightarrow 2\alpha=16$$

$$\therefore\ \boldsymbol{\alpha=8}$$

Clave: B

Problema 28

Simplificar:

$$T=\left[\frac{x^{44}+x^{33}+x^{22}+x^{11}+1}{x^4+x^3+x^2+x+1}\right]\left[\frac{x^{10}+x^9+...+x+1}{x^{50}+x^{45}+...+x^5+1}\right]$$

A) x B) $x-1$ C) 1 D) -1 E) $-x$

Resolución:

Llevando a la forma de división notable "T" será: $T=\left[\dfrac{\frac{x^{55}-1}{x^{11}-1}}{\frac{x^5-1}{x-1}}\right]\left[\dfrac{\frac{x^{11}-1}{x-1}}{\frac{x^{55}-1}{x^5-1}}\right]$



Efectuando extremos y medios:

$$T=\frac{(x^{55}-1)(x-1)(x^{11}-1)(x^5-1)}{(x^{11}-1)(x^5-1)(x-1)(x^{55}-1)}$$

$\therefore$ **T = 1**

Clave: C

Problema 29

Si $\dfrac{x^{2^\alpha}-y^{2^\alpha}}{x^{3^\theta-1}+y^{3^\theta-1}}$ origina un cociente notable cuyo segundo término es $-x^{16}y^8$.

Calcular: "$\alpha-\theta$"

A) 1 B) 1 C) 3
D) 0 E) – 1

Resolución:

Número de términos $= n=\dfrac{2^\alpha}{3^\theta-1}$ ... (I)

Observa que n = número par
Hallemos el término de lugar 2:

$$T_2=-\left(x^{3^\theta-1}\right)^{n-2}\left(y^{3^\theta-1}\right)^{2-1}$$

Es decir: $T_2=-x^{(3^\theta-1)(n-2)}y^{3^\theta-1}$

Por dato: $T_2=-x^{16}y^8$
Luego:

$$(3^\theta-1)(n-2)=16\wedge 3^\theta-1=8$$

Aquí reconocemos $\theta=2\wedge n=4$

En (I): $4=\dfrac{2^\alpha}{8}\Rightarrow 32=2^\alpha$

$$2^5=2^\alpha$$
$$5=\alpha$$
$$\therefore\ \boldsymbol{\alpha-\theta=3}$$

Clave: C

Problema 30

El segundo término del cociente de dividir $\dfrac{(n^\alpha+\alpha x)^n-(n^\alpha-\alpha y)^n}{x+y}$ asume la forma

$\theta_1(n^\alpha+\alpha x)^\theta(n^\alpha-\theta_2)$.

Calcular "$\theta_1+\theta_2$"

A) $1-y$ B) $\alpha(1-y)$
C) $\alpha(1+y)$ D) $\alpha-1$
E) $\alpha(2-y)$

Resolución:

Dando la forma de una división notable se tendrá:

$$\alpha\left[\frac{(n^\alpha+\alpha x)^n-(n^\alpha-\alpha y)^n}{(n^\alpha+\alpha x)-(n^\alpha-\alpha y)}\right]$$

Observa que se ha multiplicado a ambos términos por "α" y se ha ordenado convenientemente el divisor.

Hallamos el término de lugar 2:

$$T_2=\alpha\left[(n^\alpha+\alpha x)^{n-2}(n^\alpha-\alpha y)\right]$$

Pero: $T_2=\theta_1\left[(n^\alpha+\alpha x)^\theta(n^\alpha+\theta_2)\right]$

Es decir: $\theta_1=\alpha\wedge\theta=n-2\wedge\theta_2=-\alpha y$

$\therefore\ \theta_1+\theta_2=\alpha(1-y)$

Clave: B

Problema 31

Si: $\dfrac{\sqrt{2}^n-\sqrt{3}^{5+\frac{n}{4}}}{2-\sqrt{3}}$ origina un cociente notable.
Encontrar su cuarto término

A) $64\sqrt{3}$ B) $192\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$

D) $125\sqrt{3}$ E) $32\sqrt{3}$

Resolución:

Dando la forma de una división notable se tendrá:

$$\frac{\sqrt{2}^{n}-\sqrt{3}^{5+\frac{n}{4}}}{\sqrt{2}^{2}-\sqrt{3}}$$

Si origina un cociente notable, se cumple:

$$\frac{n}{2}=5+\frac{n}{4}$$

Resolviendo la ecuación tenemos: $n=20$

Observa que el número de términos es

$$\frac{n}{2}=10$$

Hallemos el término de lugar 4:

$$T_4=\left(\sqrt{2}^{2}\right)^{10-4}\left(\sqrt{3}\right)^{4-1}$$

$$T_4=\left(2^6\right)\left(\sqrt{3}^{3}\right)=(64)\left(3\sqrt{3}\right)$$

$$\therefore\ \mathbf{T_4=192\sqrt{3}}$$

Clave: B

Problema 37

En la división notable $\dfrac{x^n-y^k}{x^5-y^7}$

Calcular "n + k" si el quinto término de su cociente es $x^t y^a$, además $a-t=3$

A) 60 B) 90 C) 120

D) 150 E) 180

Resolución:

Se cumple:

$$\frac{n}{5}=\frac{k}{7}=\text{número de términos}\ \ldots\text{(I)}$$

Hallemos el término del lugar 5.

$$T_5=\left(x^5\right)^{\frac{n}{5}-5}\left(y^7\right)^4=x^{n-25}y^{28}$$

Por condición: $T_5=x^t y^a$

Luego se cumple que:

$$t-n=-25\ \wedge\ a=28$$

Por condición: $a-t=3$

Ahora se cumple que:

$28-(n-25)=3\Rightarrow n=50$

En (I) se tendrá:

$$\frac{50}{5}=\frac{k}{7}\Rightarrow 70=k$$

$$\therefore\ \mathbf{n+k=120}$$

Clave: C

Problema 38

Encontrar el número de términos de:

"$\ldots+a^{56}b^{56}+a^{49}b^{64}+\ldots$" sabiendo que es el desarrollo de un cociente notable.

A) 15 B) 16 C) 17

D) 18 E) 19

Resolución:

Observa que en el desarrollo los exponentes de "a" disminuye de "7" en "7", mientras que los de "b" aumentan de "8" en "8". Además todos los términos tienen signo (+)

Luego la forma de la división notable que ha originado dicho cociente es:

$$\frac{a^{7n}-b^{8n}}{a^7-b^8};\ n=\text{número de términos}$$

Hallemos su término general:

$$T_k=\left(a^7\right)^{n-k}\left(b^8\right)^{k-1}$$

Comparamos: $\left(a^7\right)^{n-k}\left(b^8\right)^{k-1}\equiv a^{56}b^{56}$



Se cumple: $8(k-1)=56 \wedge 7(n-k)=56$

$$k-1=7 \wedge n-k=8$$

$$k=8 \wedge n-8=8$$

Aquí reconocemos que $k=8 \wedge n=16$

$\therefore$ **n = 16**

Clave: B

Problema 34

Si la división notable $\dfrac{x^n-x^{-n}}{x-x^{-1}}$ origina un cociente notable que solo tiene 15 términos enteros, la suma de los valores de "n" que hacen posible que esto suceda es:

A) 56 B) 57 C) 58
D) 59 E) 60

Resolución:

Número de términos = n

Por condición: T_{15} último entero y T_{16} no es entero (solo existen 15 términos enteros)

Hallemos T_{15}:

$$T_{15}=x^{n-15}\left(x^{-1}\right)^{14}=x^{n-29}$$

Como es entero:

$$n-29\geq 0 \Rightarrow n\geq 29 \quad \text{... (I)}$$

Hallemos T_{16}:

$$T_{16}=x^{n-16}\left(x^{-1}\right)^{15}=x^{n-31}$$

Como no es entero:

$$n-31<0 \Rightarrow n<31$$

De (I) y (II) tenemos: $n=29 \vee n=30$

$\therefore$ **Σ de valores de n = 59**

Clave: D

Problema 35

Determinar la suma de los coeficientes de uno de los factores primos del polinomio:

$$P(x;y)\equiv x^2-9y^2+4x+4$$

A) 0 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y)\equiv x^2-9y^2+4x+4$$

Por las agrupaciones:

$$P(x;y)\equiv\left(x^2+4x+4\right)-9y^2$$

Por las equivalencias:

$$P(x;y)\equiv(x+2)-(3y)^2$$

$$P(x;y)\equiv(x+2+3y)\cdot(x+2-3y)$$

Finalmente:

Para: $(x+2+3y):\Sigma\text{Coef.}=1+2+3=6$

Para: $(x+2-3y):\Sigma\text{Coef.}=1+2-3=0$

Clave: A

Problema 36

Calcular el valor numérico del término central del cociente notable originado al dividir

$$\frac{(x+y)^{100}-(x-y)^{100}}{8xy\left(x^2+y^2\right)}$$

para $x=3 \wedge y=2\sqrt{2}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Observa al divisor:

$$8xy\left(x^2+y^2\right)\equiv(4xy)\left[2\left(x^2+y^2\right)\right]$$

Por la equivalencia de Legendre:

$$8xy\left(x^2+y^2\right)\equiv\left[(x+y)^2-(x-y)^2\right]\left[(x+y)^2+(x-y)^2\right]$$

Por diferencia de cuadrados: $8xy\left(x^2+y^2\right)\equiv(x+y)^4-(x-y)^4$

Ahora la división será: $\dfrac{(x+y)^{100}-(x-y)^{100}}{(x+y)^4-(x-y)^4}$

Número de términos $=\dfrac{100}{4}=25$ observa que el término central estará ubicado en el lugar

13, luego por fórmula: $\quad T_3=\left[(x+y)^4\right]^{25-13}\left[(x-y)^4\right]^{13-1}$

$$T_3=(x+y)^{48}(x-y)^{48}=\left(x^2-y^2\right)^{48}$$

Haciendo: $x=3\wedge\ y=2\sqrt{2}$: $VN(T_{13})=(9-8)^{48}=(1)^{48}$

$$\therefore\ \mathbf{VN(T_{13})=1}$$

Clave: A

Problema 37

Factorizar:

$$P(x)\equiv(x+1)(2x+1)(3x+1)+(x+1)^2+x+x^2$$

A) $(x+2)(3x+1)(x+1)$ B) $(x+1)(2x+1)x$ C) $(x-2)(x-1)(3x+1)$

D) $(2x+1)(x+1)(3x+1)$ E) $(x+1)(2x+1)(3x+2)$

Resolución:

El polinomio dado es: $P(x)\equiv(x+1)(2x+1)(3x+1)+(x+1)^2+x+x^2$

Por las agrupaciones: $P(x)\equiv(x+1)(2x+1)(3x+1)+(x+1)^2+\left(x+x^2\right)$

Por el factor común: $P(x)\equiv\underline{(x+1)}(2x+1)(3x+1)+(x+1)^2+x(\underline{1+x})$

$$P(x)\equiv(x+1)[(2x+1)(3x+1)+\underline{(x+1)+x}]$$

$$P(x)\equiv(x+1)[\underline{(2x+1)}(3x+1)+\underline{(2x+1)}]$$

$$P(x)\equiv(x+1)(2x+1)[(3x+1)+1]$$

$$\therefore\ P(x)\equiv(x+1)(2x+1)(3x+2)$$

Clave: E



Problema 38

Indicar el número de factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv x^5 + x^4 - x^3 - x^2$$

A) 4 B) 3 C) 2
D) 5 E) 1

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x) \equiv x^5 + x^4 - x^3 - x^2$$

Por el factor común:

$$P(x) \equiv x^2[x^3 + x^2 - x - 1]$$

Por las agrupaciones

$$P(x) \equiv x^2[x^2(x+1) - (x+1)]$$

$$P(x) \equiv x^2 \cdot (x+1)[x^2 - 1]$$

Por las equivalencias

$$P(x) \equiv x^2 \cdot (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x-1)$$

$$P(x) \equiv x^2 \cdot (x+1)^2 \cdot (x+1)$$

$\therefore$ **nº de factores primos = 3**

Clave: B

Problema 39

Luego de factorizar al polinomio:

$$P(x) \equiv x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$$

Indicar el número de factores primos obtenidos.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x) \equiv x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$$

Por las agrupaciones:

$$P(x) \equiv (x^7 - x^6) + (x^5 - x^4) + (x^3 - x^2) + (x - 1)$$

Por el factor común:

$$P(x) \equiv x^6(x-1) + x^4(x-1) + x^2(x-1) + (x-1)$$

$$P(x) \equiv (x-1)(x^6 + x^4 + x^2 + 1)$$

Por las agrupaciones:

$$P(x) \equiv (x-1)[(x^6 + x^4) + (x^2 + 1)]$$

Por el factor común:

$$P(x) \equiv (x-1)[x^4(x^2+1) + (x^2+1)]$$

$$P(x) \equiv (x-1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+1)$$

$\therefore$ nº de factores primos = 3

Clave: B

Problema 40

Factorizar:

$$P(x;y) \equiv 6(x-y)^2 + 13(x-y) + 6$$

A) $(3x - 3y + 2)(x - y)$

B) $(3x + 3y + 2)(x - y + 3)$

C) $(3x - 3y + 2)(2x - 2y + 3)$

D) $(x + y + 2)(x - y + 3)$

E) $(3x - 3y - 2)(2x - 2y - 3)$

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y) \equiv 6(x-y)^2 + 13(x-y) + 6$$

Por el aspa simple:

$$P(x;y) \equiv 6(x-y)^2 + 13(x-y) + 6$$

$3(x-y)$ ⟋⟍ 2

$2(x-y)$ ⟍⟋ 3

$$P(x;y) \equiv [3(x-y)+2][2(x-y)+3]$$

$$\therefore\ P(x;y) \equiv (3x - 3y + 2)(2x - 2y + 3)$$

Clave: C

Problema 41

Al factorizar al siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv 8x^6 + 9x^3 + 1$$

Se obtiene un factor primo de la forma:

$ax^2 + bx + c$, donde $a \neq c$.

Calcular "a + b + c"

A) 1 B) 3 C) 5

D) 7 E) 8

Resolución:

El polinomio dado es: $P(x) \equiv 8x^6 + 9x^3 + 1$

Por el aspa simple:

$$P(x) \equiv 8x^6 + 9x^3 + 1$$

$$\begin{array}{ccc} 8x^3 & \times & 1 \\ x^3 & & 1 \end{array}$$

$$P(x) \equiv (8x^3 + 1)(x^3 + 1)$$

$$P(x) \equiv [(2x^3) + 1^3][x^3 + 1]$$

Por equivalencias:

$$P(x) \equiv (2x+1)(4x^2 - 2x + 1)(x+1)(x^2 - x + 1)$$

Por condición:

$$ax^2 + bx + c \equiv 4x^2 - 2x + 1$$

De donde tenemos:

$$a = 4 \ \wedge \ b = -2 \ \wedge \ c = 1$$

$$\therefore \ \mathbf{a - b + c = 7}$$

Clave: D

Problema 42

Indicar la suma de los coeficientes de uno de los factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x;y;z) \equiv 12(x+y+z)^2 + (x+z)y$$

A) 5 B) 4 C) 11

D) 12 E) 7

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y;z) \equiv 12[(x+z)+y]^2 + (x+z)y$$

Hagamos el siguiente cambio de variable $x + z = m$

$$P \equiv 12(m+y)^2 + my$$

$$P \equiv 12m^2 + 24my + 12y^2 + my$$

Por reducción:

$$P \equiv 12m^2 + 25my + 12y^2$$

Por aspa simple

$$P \equiv 12m^2 + 25my + 12y^2$$

$$\begin{array}{ccccl} 4m & \times & 3y & \} & 16my+ \\ 3m & & 4y & & 9my \\ & & & & \overline{25my} \end{array}$$

$$P \equiv (4m + 3y)(3m + 4y)$$

Como se hizo un cambio de variable, entonces reemplazamos m por $x + z$.

$$P(x;y;z) \equiv [4(x+z)+3y][3(x+z)+4y]$$

$$P(x;y;z) \equiv (4x+3y+4z)(3x+4y+3z)$$

Finalmente:

$$(4x+3y+4z): \Sigma \text{ Coef.} = 4+3+4 = 11$$

$$(3x+4y+3z): \Sigma \text{ Coef.} = 3+4+3 = 10$$

Clave: C

Problema 43

Indicar la suma de todos los factores primos lineales que presenta el polinomio:

$$P(x) \equiv (x^2 + x + 3)^2 - 4x^2 - 4x - 17$$

A) $2x + 1$ B) $x + 2$ C) $3x - 1$

D) $4x + 3$ E) $2x - 1$

Resolución:
El polinomio dado es:

$$P(x) \equiv (x^2+x+3)^2 - 4x^2 - 4x - 17$$

Descomponiendo al número – 17:

$$P(x) \equiv (x^2+x+3)^2 + (-4x^2-4x-12) - 5$$

Agrupando convenientemente:

$$P(x) \equiv (x^2+x+3)^2 + (-4x^2-4x-12) - 5$$

Por el factor común

$$P(x) \equiv (x^2+x+3)^2 - 4(x^2+x+3) - 5$$

Por aspa simple:

$$P(x) \equiv (x^2+x+3)^2 - 4(x^2+x+3) - 5$$

(x^2+x+3) — -5
(x^2+x+3) — 1

$$P(x) \equiv [(x^2+x+3)-5][(x^2+x+3)+1]$$

$$P(x) \equiv (x^2+x-2)(x^2+x+4)$$

$$P(x) \equiv (x^2+x-2)(x^2+x+4)$$

x — 2
x — -1

$$P(x) \equiv (x+2)(x-1)(x^2+x+4)$$

Σ Factores lineales: $(x + 2) + (x - 1)$
Σ Factores primos lineales: $2x + 1$

Clave: A

Problema 44
Determina la suma de los coeficientes de uno de los factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x;y) \equiv 2x^2 + 22y + 7xy - 8 - 15y^2 - 6x$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Resolución:
Ordenando el polinomio para aplicar aspa doble.

$$P(x;y) \equiv 2x^2 + 7xy - 15y^2 - 6x + 22y - 8$$

$2x$ — $-3y$ — 2
x — $5y$ — -4

$$P(x;y) \equiv (2x-3y+2)(x+5y-4)$$

Para: $(2x-3y+2)$: $\Sigma \text{Coef.} = 2-3+2 = 1$

Para: $(x + 5y - 4)$: $\Sigma \text{Coef.} = 1+5-4 = 2$

Clave: A

Problema 45
Reconoce a uno de los factores primos del polinomio:
$P(x; y) \equiv 15x^2 - 22xy + 8y^2 + 24x - 16y$
A) $5x - 4y - 8$ B) $5x + 4y - 8$
C) $3x - y$ D) $3x - y - 4$
E) $3x - 2y$

Resolución:
Completando y ordenando el polinomio dado para luego aplicar el aspa doble:

$$P(x;y) \equiv 15x^2 - 22xy + 8y^2 + 24x - 16y + 0$$

$5x$ — $-4y$ — 8
$3x$ — $-2y$ — 0

$$P(x;y) \equiv (5x-4y+8)(3x-2y)$$

Clave: E

Problema 46
Luego de factorizar al polinomio:

$$P(x) \equiv 2x^4 + x^3 - 16x^2 + 8x - 1$$

Uno de sus factores asume la forma:

$x^2 + nx + k$ luego el valor que asume "$n+k$" es:

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:
Factorizando al polinomio según el aspa doble especial:

$$2x^4 + x^3 - 16x^2 + 8x - 1$$

$2x^2$ $-5x$ $1 \rightarrow x^2$
x^2 $3x$ $-1 \rightarrow -2x^2$ (+)
$-x^2$

$* \; -16x^2 - (-x^2) \equiv -15x^2$

$$P(x) \equiv (2x^2 - 5x + 1)(x^2 + 3x - 1)$$

Por condición: $x^2 + nx + k \equiv x^2 + 3x - 1$
De donde: $n = 3 \;\wedge\; k = -1$
$\therefore\; \mathbf{n + k = 2}$

Clave: B

Problema 47
Reconocer uno de los factores primos del polinomio

$$P(x) \equiv 3x^4 + x^2 + 2x + 1$$

A) $x^2 + x + 1$ B) $4x^2 + 3x + 1$
C) $x^2 + x - 1$ D) $3x^2 + 3x + 1$
E) $3x^2 - 3x + 1$

Resolución:
Completando al polinomio se procede a factorizar:

$$P(x) \equiv 3x^4 + 0x^3 + x^2 + 2x + 1$$

$3x^2$ $3x$ 1
x^2 $-x$ 1

Finalmente tenemos:

$$P(x) \equiv (3x^2 + 3x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$\therefore$ **Uno de los factores es:** $\mathbf{3x^2 + 3x + 1}$

Clave: D

Problema 48
Luego de factorizar al polinomio:

$$P(x) \equiv x^4 + 9x^2 + 25$$

Indicar un factor de la suma de sus factores primos:

A) $x^2 + 5$ B) $x + 1$ C) $x^2 + 10$
D) $x^2 + 2x + 10$ E) x

Resolución:
Completando al polinomio dado para aplicar aspa doble especial:

$$x^4 + 0x^3 + 9x^2 + 0x + 25$$

x^2 $-x$ $5 \rightarrow 5x^2$
x^2 x $5 \rightarrow 5x^2$ (+)
$10x^2$

$* \; 9x^2 - 10^2 = -x^2$

$$P(x) \equiv (x^2 - x + 5)(x^2 + x + 5)$$

$$\Sigma FP = x^2 - x + 5 + x^2 + x + 5 \equiv 2x^2 + 10$$

$$\therefore\; \Sigma FP = 2(x^2 + 5)$$

Clave: A

Problema 49
Luego de factorizar:

$$Q(x) = 5x^3 - 11x^2 + 6$$

Se obtiene un factor de la forma $ax^2 + bx + b$, luego se cumple que:

A) $ab = 30$ B) $a + b = 11$
C) $\dfrac{a}{b} = -1{,}2$ D) $\dfrac{b}{a} = -1{,}2$
E) $a + b = -11$



Resolución:
Completamos y procedemos a factorizar según el criterio de los divisores binómicos.

	5	−11	0	6
$x=1$	↓	5	−6	−6
	5	−6	−6	0

$Q(x)=(x-1)(5x^2-6x-6)$

Como un factor es de la forma ax^2+bx+b.

$a=5 \wedge b=-6;\ \frac{b}{a}=\frac{6}{5}=-1,2$

$\therefore\ \frac{b}{a}=-1,2$

Clave: D

Problema 51
Factorizar:

$$P(x)=x^4+x^2+1$$

A) $(x^2-x-1)(x^2+1)$
B) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$
C) $(x^2+x-1)(x^2-1)$
D) $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$
E) $(x^2+x-1)(x^2-y-1)$

Resolución:
El polinomio dado se podrá factorizar por los métodos de reducción a diferencia de cuadrados o el aspa doble especial,pero lo factorizaremos por artificio ¿cómo? sumando y restando x.
veamos:

$P(x)\equiv x^4+x^2+1$

$P(x)\equiv x^4-x+x^2+x+1$

$P(x)\equiv x(x^3-1)+(x^2+x+1)$

$P(x)\equiv x(x-1)\underline{(x^2+x+1)}+\underline{(x^2+x+1)}$

$P(x)\equiv(x^2+x+1)[x(x-1)+1]$

$P(x)\equiv(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

> ***Observación:*** El polinomio dado es notable pues es un caso particular de la equivalencia de Argan'd

$$x^4+x^2+1\equiv(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

Clave: B

Problema 52
¿Cuántos factores presenta el polinomio:

$P(x)\equiv(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:
Por artificio:

$P(x)\equiv[(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3)]+1$

$P(x)\equiv[x^2+5x+4][x^2+5x+6]+1$

Hagamos:

$x^2+5x+4=m \Rightarrow x^2+5x+6=m+2$

$P=m(m+2)+1=m^2+2m+1$

$P=(m+1)^2 \Rightarrow P(x)\equiv(x^2+5x+4+1)^2$

$$P(x)\equiv(x^2+5x+5)^2$$

$\therefore$ **n° de factores = 2 + 1 = 3**

Clave: C

E&M

Problema 53

Si $(x+2)$ es un factor del polinomio:

$P(x) \equiv x^3 + nx + 14$ ¿Cuál es el otro?

A) x^2+x+7 B) x^2-x-7

C) x^2-2x-7 D) x^2-2x+7

E) x^2+x-7

Resolución:

Por defiición de factor, la división

$\dfrac{x^3+nx+14}{x+2}$ es exacta.

Por el teorema del resto:

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$(-2)^3+n(-2)+14=0$

$-8-2n+14=0$

$3=n$

Ahora según divisores binómicos con $x=-2$:

	1	0	3	14
−2	↓	−2	4	−14
	1	−2	7	0

$\therefore\ P(x) \equiv (x+2)(x^2-2x+7)$

Clave: D

Aplicando la regla de Ruffini tenemos:

	2	−1	−10	5	8 | −4
x = 1	↓	2	1	−9	−4 | 4
	2	1	−9	−4	4 | 0

$P(x) \equiv (x-1)\underbrace{(2x^4+x^3-9x^2-4x+4)}_{\text{Aspa doble especial}}$

$P(x) \equiv 2x^4+x^3-9x^2-4x+4$

$2x^2 \quad x \quad -1 \rightarrow -x^2$

$x^2 \quad 0x \quad -4 \rightarrow -8x^2$

$-9x^2$

$* -9x^2-(-9x^2)=0x^2$

$P(x) \equiv (x-1)(2x^2+x-1)(x^2-4)$

Observa que:

$2x^2+x-1 \equiv (2x-1)(x+1) \wedge x^2-4 \equiv (x+2)(x-2)$

$2x \quad -1$

$x \quad 1$

$P(x) \equiv (x-1)(2x-1)(x+1)(x+2)(x-2)$

$\therefore$ **nº de factores primos = 5**

Clave: E

Problema 54

Indicar el número de factores primos del siguiente polinomio:

$P(x) \equiv 2x^5-x^4-10x^3+5x^2+8x-4$

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

Resolución:

Por divisores binómicos

$PC = \pm\left\{\dfrac{1;2;4}{1;2}\right\} = \pm\left\{1;\dfrac{1}{2};2;4\right\}$

Problema 55

Luego de factorizar al polinomio:

$P(x) \equiv (x+2)(x+3)(x-4)(x-5)-18$

Se observa que:

A) Tiene 3 factores primos

B) Tiene 2 factores primos

C) (x^2+x-9) es un factor

D) $(x^2-2x-17)$ es un factor primo

E) (x^2+x-9) es un factor

Resolución:
Factorizando el polinomio dado por artificio

$$P(x) \equiv (x+2)(x+3)(x-4)(x-5)-18$$

$$P(x) \equiv [(x+2)(x-4)][(x+3)(x-5)]-18$$

$$P(x) \equiv [x^2-2x-8][x^2-2x-15]-18$$

Hagamos:

$$x^2-2x-8=m \Rightarrow x^2-2x-15=m-7$$

$$P \equiv m(m-7)-18 \equiv m^2-7m-18$$

$$P \equiv m^2-7m-18 \equiv (m-9)(m+2)$$

m   −9
m   2

$$P(x) \equiv (x^2-2x-8-9)(x^2-2x-8+2)$$

$$\therefore\ P(x) \equiv (x^2-2x-17)(x^2-2x-6)$$

Clave: D

Problema 56

Reconocer un factor del polinomio:

$$P(x) \equiv x^5+x^4+1$$

A) x^3-x^2+1 B) x^3+x-1
C) x^3-x^2-1 D) x^3-x+1
E) x^3-x-1

Resolución:

Sumando y restando x^2 para obtener una diferencia de cubos:

$$P(x) \equiv x^5-x^2+x^4+x^2+1$$

$$P(x) \equiv x^2(x^3-1)+\underbrace{(x^4+x^2+1)}_{\text{Argand}}$$

$$P(x) \equiv x^2(x-1)\underline{(x^2+x+1)}+\underline{(x^2+x+1)}(x^2-x+1)$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)[x^2(x-1)+x^2-x+1]$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^3-x^2+x^2-x+1)$$

$$\therefore\ P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^3-x+1)$$

Clave: D

Problema 57

Factorizar al polinomio:

$$P(x) \equiv x^7+2x^4+x^2+1$$

Para luego indicar el coeficiente del término lineal de uno de sus factores primos:

A) −3   B) 2   C) −1
D) −2   E) A ∨ C

Resolución:
El polinomio dado es:

$$P(x) \equiv x^7+\underbrace{2x^4}+x^2+1$$

$$P(x) \equiv x^7+x^4+x^4+x^2+1$$

$$P(x) \equiv x^4(x^3+1)+(x^4+x^2+1)$$

$$P(x) \equiv x^4(x+1)\underline{(x^2-x+1)}+(x^2+x+1)\underline{(x^2-x+1)}$$

$$P(x) \equiv (x^2-x+1)[x^4(x+1)+x^2+x+1]$$

$$P(x) \equiv (x^2-x+1)(x^5+x^4+x^2+x+1)$$

Para x^2-x+1: Coeficientes del término lineal = −1

Para $x^5+x^4+x^2+x+1$: Coeficientes del término lineal = 1

Clave: E

Problema 58

Determinar el MCM de los polinomio: $P(x) \equiv x^3 + x^2 - x - 1$

$Q(x) \equiv x^2 - 3x + 2$

A) $(x+1)^2(x-1)(x-2)$ B) $(x+1)(x-1)(x+2)$ C) $x-1$

D) $(x+1)^2(x-1)^2(x-2)$ E) $(x+1)(x-1)^2(x-2)$

Resolución:

Factorizando a cada uno de los polinomios dados:

Para: $P(x) \equiv x^3 + x^2 - x - 1$

$P(x) \equiv (x^3 + x^2) + (-x-1) \equiv x^2(x+1) - (x+1)$

$P(x) \equiv (x+1)(x^2-1) \equiv (x+1)(x+1)(x-1) \equiv (x+1)^2(x-1)$

Para: $Q(x) \equiv x^2 - 3x + 2$

$Q(x) \equiv (x-2)(x-1)$

Finalmente según la definición tenemos:

$$\mathbf{MCM = (x-1)(x+1)^2(x-2)}$$

Clave: A

Problema 59

El producto de dos polinomios en variable x es $(x^2-1)^2$ y el cociente de su MCM dividido por su MCD es $(x-1)^2$. Determinar el MCD

A) $x+1$ B) x^2+1 C) $(x+1)^2$ D) $(x-1)^2$ E) $x-1$

Resolución:

Sean los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$, luego por propiedad se tiene:

$$P \cdot Q \equiv MCD(P \wedge Q) \cdot MCM(P \wedge Q)$$

Por condición:

$$MCD(P \wedge Q) \cdot MCM(P \wedge Q) \equiv (x^2-1)^2 \quad \ldots (I)$$

$$\frac{MCM(P \wedge Q)}{MCD(P \wedge Q)} = (x-1)^2 \quad \ldots (II)$$

Efectuando (I) ÷ (II)

$$\frac{MCD(P \wedge Q)MCM(P \wedge Q)}{\frac{MCM(P \wedge Q)}{MCD(P \wedge Q)}} = \frac{(x^2-1)^2}{(x-1)^2}$$



$$\frac{[\text{MCD}(P \wedge Q)]^2 \cdot \text{MCM}(P \wedge Q)}{\text{MCM}(P \wedge Q)} = \frac{[(x-1)(x+1)]^2}{(x-1)^2}$$

$$[\text{MCD}(P \wedge Q)]^2 \equiv \frac{(x-1)^2(x+1)^2}{(x-1)^2} \equiv (x+1)^2$$

$$\therefore \ \textbf{MCD}(P \wedge Q) \equiv x+1 \vee \textbf{MCD}(P \wedge Q) \equiv -x-1$$

Clave: A

Problema 60

Reconocer un factor de:

$P(x;y;z) \equiv y\left[x^2(y+xz)+yz(z+xy)\right]+xz\left[z(x+yz)+y(xyz+1)\right]$

A) $x+z$ B) $x+y$ C) $xz+y$ D) $xyz+1$ E) $y+1$

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y;z) \equiv x^2y(y+xz)+y^2z(z+xy)+xz^2(x+yz)+xyz(xyz+1)$$

$$P(x;y;z) \equiv \underline{x^2y^2}+\underline{\underline{x^3yz}}+y^2z^2+xy^3z+\underline{\underline{x^2z^2}}+xyz^3+x^2y^2z^2+\underline{xyz}$$

Agrupando dos a dos:

$$P(x;y;z) \equiv \left(x^2y^2+xyz\right)+\left(x^3yz+x^2z^2\right)+\left(y^2z^2+xy^3z\right)+\left(xyz^3+x^2y^2z^2\right)$$

$$P(x;y;z) \equiv xy\underline{(xy+z)}+x^2z\underline{(xy+z)}+y^2z\underline{(z+xy)}+xyz^2\underline{(z+xy)}$$

Por factor común:

$$P(x;y;z) \equiv (xy+z)\left[xy+x^2z+y^2z+xyz^2\right]$$

Agrupando dos a dos en el corchete

$$P(x;y;z) \equiv (xy+z)\left[\left(xy+x^2z\right)+\left(y^2z+xyz^2\right)\right]$$

$$P(x;y;z) \equiv (xy+z)\left[x\left(y+xz\right)+yz\left(y+xz\right)\right]$$

$$\therefore \ \mathbf{P(x;y;z) \equiv (xy+z)(y+xz)(x+yz)}$$

Clave: C

Problema 61

¿Cuántos factores presenta el polinomio:

$$P(w;x;y;z) \equiv wy+wz-wyz-xy-xz+xyz=?$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

Agrupando de tres en tres:

$$P(w;x;y;z) \equiv (wy + wz - wyz) + (-xy - xz + xyz)$$

$$P(w;x;y;z) \equiv w\underline{(y+z-yz)} - x\underline{(y+z-yz)}$$

$$P(w;x;y;z) \equiv (y+z-yz)\cdot(w-x)$$

$\therefore$ **n° de factores primos = 2**

Clave: B

Problema 62

Determinar el número de factores del siguiente polinomio:

$$P(x;y) \equiv x\left(x^2+xy-1\right) - y\left(y^2+xy-1\right)$$

A) 3 B) 6 C) 12

D) 4 E) 8

Resolución:

El polinomio dado es:

$$P(x;y) \equiv x^3 + x^2y - x - y^3 - xy^2 + y$$

Agrupando de dos en dos:

$$P(x;y) \equiv \left(x^3 - y^3\right) + \left(x^2y - xy^2\right) + (-x+y)$$

$$P(x;y) \equiv \underline{(x-y)}\left(x^2+xy+y^2\right) + xy\underline{(x-y)} - \underline{(x-y)}$$

Por factor común:

$$P(x;y) \equiv (x-y)\left[x^2 + xy + y^2 + xy - 1\right]$$

$$P(x;y) \equiv (x-y)\left[x^2 + 2xy + y^2 - 1\right]$$

Por equivalencia:

$$P(x;y) \equiv (x-y)\left[(x+y)^2 - 1^2\right]$$

$$P(x;y) \equiv (x-y)(x+y+1)(x+y-1)$$

n° factores = (2)(2)(2) = 8

Clave: E

Problema 63

Sabiendo que: x^2+2x+3 es un factor del polinomio:

$$P(x) \equiv x^4 + x^3 + 6x^2 + mx + n$$

Indicar lo correcto:

A) $m+n=21$ B) $mn < 0$ C) $m < 0$

D) n es par E) $n - 2m = 1$

Resolución:

Por definición de factor, la siguiente división: $\dfrac{x^4+x^3+6x^2+mx+n}{x^2+2x+3}$

debe ser exacta, luego por el método de Horner se tendrá:

1	1	1	6	m	n
−2		−2	−3		
−3			2	3	
				−10	−15
	1	−1	5	0	0

En el residuo tenemos:

$m + 3 - 10 = 0 \ \wedge\ n - 15 = 0$

$\therefore\ m = 7 \ \wedge\ n = 15$

Clave: E

Problema 64

Columna (A)

El número de factores primos del polinomio:

$$P(w;x;y;z) \equiv (w+x)(w+y) - (x+z)(y+z)$$

Columna (B)

El número de factores primos del polinomio:

$$F(x;y) \equiv x^3 + x^2y - 4xy^2 - 4y^3$$

A) A es mayor que B

B) A es menor que B

C) A es igual que B

D) ¡No utilizar esta opción!

E) No se puede determinar



Resolución:

En la columna (A) tenemos: $P(w;x;y;z) \equiv w^2 + wy + xw + \underline{xy} - \underline{xy} - xz - zy - z^2$

$P(w;x;y;z) \equiv w^2 + wy + xw - xz - zy - z^2$

Agrupando de dos a dos: $P(w;x;y;z) \equiv (w^2 - z^2) + (wy - zy) + (xw - xz)$

$P(w;x;y;z) \equiv (w+z)\underline{(w-z)} + y\underline{(w-z)} + x\underline{(w-z)}$

Por factor común: $P(w;x;y;z) \equiv (w-z)(w+z+y+x) \Rightarrow A = 2$

En la columna (B) tenemos: $F(x;y) \equiv x^3 + x^2y - 4xy^2 - 4y^3$

Agrupando dos a dos: $F(x;y) \equiv (x^3 + x^2y) - (4xy^2 + 4y^3)$

$F(x;y) \equiv x^2\underline{(x+y)} - 4y^2\underline{(x+y)}$

Por factor común: $F(x;y) \equiv (x+y)\left[x^2 - 4y^2\right]$

$F(x;y) \equiv (x+y)\left[x^2 - (2y)^2\right]$

Por equivalencia $F(x;y) \equiv (x+y)(x+2y)(x-2y) \qquad \Rightarrow \mathbf{B = 3}$

Clave: B

Problema 65

Reconocer un factor del polinomio: $P(x;y;z) \equiv xy(x-y) + yz(y-z) - xz(x-z)$

A) $x+y$ B) $xy+1$ C) $y+z$ D) $x-z$ E) $xy-1$

Resolución:

El polinomio dado es: $P(x;y;z) \equiv x^2y - xy^2 + y^2z - yz^2 - xz(x-z)$

Agrupando dos a dos: $P(x;y;z) \equiv (x^2y - yz^2) + (-xy^2 + y^2z) - xz(x-z)$

$P(x;y;z) \equiv y(x^2 - z^2) - y^2(x-z) - xz(x-z)$

$P(x;y;z) \equiv y(x+z)\underline{(x-z)} - y^2\underline{(x-z)} - xz\underline{(x-z)}$

Por factor común: $P(x;y;z) \equiv (x-z)\left[y(x+z) - y^2 - xz\right]$

$P(x;y;z) \equiv (x-z)\left[xy + yz - y^2 - xz\right]$

$P(x;y;z) \equiv (x-z)\left[(xy - y^2) + (yz - xz)\right]$

$P(x;y;z) \equiv (x-z)\left[y(x-y) - z(x-y)\right]$

$\therefore\ P(x;y;z) \equiv (x-z)(x-y)(y-z)$

Clave: D

Problema 66

Al factorizar: $P(x;y;z;w) \equiv x^4z^4 - x^4w^4 - y^4z^4 + y^4w^4$

Indicar el número de factores obtenidos:

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 2

Resolución:

Agrupando dos a dos tenemos: $P(x;y;z;w) \equiv (x^4z^4 - x^4w^4) + (-y^4z^4 + y^4w^4)$

$$P(x;y;z;w) \equiv x^4(z^4 - w^4) - y^4(z^4 - w^4)$$

$$P(x;y;z;w) \equiv (z^4 - w^4)(x^4 - y^4)$$

Por equivalencia: $P(x;y;z;w) \equiv (z^2 + w^2)(z^2 - w^2)(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$

$$P(x;y;z;w) \equiv (z^2 + w^2)(z+w)(z-w)(x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$$

$\therefore$ **n° de factores primos = 6**

Clave: D

Problema 67

Indicar el número de factores primos del polinomio:

$$P(w;x;y;z) \equiv (w+z)^4 + (x^2 - y^2)^2 - 2(x^2 + y^2)(w+z)^2$$

A) 2 B) 4 C) 3 D) 5 E) 6

Resolución:

Por aspa simple: $P(w;x;y;z) \equiv (w+z)^4 - 2(x^2 + y^2)^2(w+z)^2 + (x^2 - y^2)^2$

$$P(w;x;y;z) \equiv (w+z)^4 - 2(x^2+y^2)^2(w+z)^2 + (x+y)^2 \cdot (x-y)^2$$

$(w+z)^2 \qquad -(x+y)^2$

$(w+z)^2 \qquad -(x-y)^2$

$$P(w;x;y;z) \equiv \left[(w+z)^2 - (x+y)^2\right]\left[(w+z)^2 - (x-y)^2\right]$$

Por equivalencia:

$$P(w;x;y;z) \equiv (w+x+y+z)(w+z-x-y)(w+z+x-y)(w+z-x-y)$$

$\therefore$ **n° de factores primos = 4**

Clave: B



Problema 68

Indicar la suma de los coeficientes de uno de los factores primos del polinomio:

$P(x) \equiv x^6 + 4x^5 - 21x^4 - 20x^2 - 4$

A) 3 B) 7 C) 10 D) 4 E) – 1

Resolución:

El polinomio dado es: $P(x) \equiv x^6 + 4x^5 - 21x^4 - 20x^2 - 4$

Por aspa doble, tenemos:

$$P(x) \equiv x^6 + 4x^5 - 21x^4 + 0x^3 - 20x^2 - 4$$

x^3 $7x^2$ 2

x^3 $-3x^2$ -2

$$P(x) \equiv (x^3 + 7x^2 + 2)(x^3 - 3x^2 - 2)$$

Para $(x^3 + 7x^2 + 2)$: Σ de coeficientes = 1 + 7 + 2 = 10

Para $(x^3 - 3x^2 - 2)$: Σ de coeficientes = 1 – 3 – 2 = – 4

Clave: C

Problema 69

El esquema muestra la factorización por el método del aspa doble de un polinomio:

$$E(x;y) \equiv 5x^2 - 3xy - 2y^2 + mx - 2y + n$$

$5x$ by 2

ax $-y$ c

Según esto calcular: $T = (a + m + n)^{b+c}$

A) 1 B) – 1 C) 2 D) 4 E) 9

Resolución:

Observamos en el esquema siguiente:

$$5x^2 - 3xy - 2y^2 + mx - 2y + n$$

$5x$ $2y$ -2

$1x$ $-y$ -2

Entonces:
$a=1;\ b=2;\ c=-2;\ m=-12;\ n=4$
Como piden:

$$T=(a+m+n)^{b+c}=(1-12+4)^{2-2}=(-7)^0$$

$$\therefore\ \mathbf{T=(a+m+n)^{b+c}=1}$$

Clave: A

Problema 70

Reconocer a uno de los factores primos de:

$$P(x)\equiv 6x^3+x^2-9x-9$$

A) $3x^2-5x+3$ B) $2x+3$ C) $2x-3$
D) $3x^2+5x-3$ E) $3x-2$

Resolución:
Por división binómicos

$$P(x)\equiv 6x^3+x^2-9x-9$$

$$PC=\pm\left\{\frac{\text{Divisores de }[-9]}{\text{Divisores de }6}\right\}=\pm\left\{\frac{1;3;9}{1;2;3;6}\right\}$$

$$PC=\pm\left\{1;\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{6};3;\frac{3}{2};9;\frac{9}{2}\right\}$$

De acuerdo con la regla de Ruffini tenemos:

	6	1	−9	−9
$x=\frac{3}{2}$	↓	9	15	9
	6	10	6	0

$$\therefore\ \mathbf{P(x)\equiv(2x-3)(3x^2+5x+3)}$$

Clave: C

Problema 71

Al efectuar:

$$\frac{x^3-7x+6}{x^2-2x-15}\div\frac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-4x-5}$$

Se obtiene:

A) x B) $-x$ C) 2
D) -1 E) 1

Resolución:
Factorizamos a cada uno de los términos de las fracciones dadas:

* $x^3-7x+6\equiv \underline{x^3-1}-7x+7\ ...(6=7-1)$

$$x^3-7x+6\equiv(x-1)(x^2+x+1)-7(x-1)$$

$$x^3-7x+6\equiv(x-1)(x^2+x+1-7)$$

$$=(x-1)\underbrace{(x^2+x-6)}_{\text{Aspa simple}}$$

Es decir: $x^3-7x+6\equiv(x-1)(x+3)(x-2)$

* $x^2-2x-15=(x-5)(x+3)$... Aspa simple

$$x^3-2x^2-x+2\equiv x^3-x-2x^2+2$$

$$=x(x^2-1)-2(x^2-1)=\underbrace{(x^2-1)}(x-2)$$

Es decir:

$$x^3-2x^2-x+2\equiv(x+1)(x-1)(x-2)$$

* $x^2-4x-5\equiv(x-5)(x+1)$ ... aspa simple

Luego si llamamos T a la división dada, se tendrá:

$$T=\frac{(x-1)(x+3)(x-2)}{(x-5)(x+3)}\div\frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(x-5)(x+1)}$$

Simplificando cada fracción:

$$T=\frac{(x-1)(x-2)}{x-5}\div\frac{(x-1)(x-2)}{x-5}$$

Efectuando la división

$$T=\frac{(x-1)(x-2)(x-5)}{(x-5)(x-1)(x-2)}$$

$$\therefore\ \mathbf{T=1}$$

Clave: E

Problema 72

El equivalente de la fracción:

$$\frac{3+\dfrac{12xy}{4x^2-2xy+y^2}}{\left(\dfrac{8x^3-y^3}{8x^3+y^3}\right)\left(\dfrac{2y}{y-2x}-1\right)}$$

es:

A) – 1 B) – 2 C) – 3
D) – 4 E) – 5

Resolución:

Llamamos T al equivalente de la fracción y efectuamos las operaciones indicadas:

$$\frac{\dfrac{12x^2-6xy+3y^2+12xy}{4x^2-2xy+y^2}}{\dfrac{(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)(y+2x)}{(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)(y-2x)}}$$

Reduciendo y simplificando en cada término se consigue:

$$T=\frac{\dfrac{12x^2+6xy+3y^2}{4x^2-2xy+y^2}}{\dfrac{(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)(y+2x)}{(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)(y-2x)}}$$

Luego de efectuar productos de medios y extremos tenemos:

$$T=\frac{12x^2+6xy+3y^2}{-(4x^2+2xy+y^2)}=\frac{3(4x^2+2xy+y^2)}{-(4x^2+2xy+y^2)}$$

Finalmente simplificando se consigue

$$T=\frac{-3}{1}$$

$$\therefore \mathbf{T=-3}$$

Clave: C

Problema 73

Resolver:

$$\frac{(1+ab)(1+ac)}{(a-b)(c-a)}+\frac{(1+ab)(1+bc)}{(b-a)(c-b)}+\frac{(1+ac)(1+bc)}{(c-a)(b-c)}$$

A) 1 B) – 1 C) 2 D) – 2 E) abc

Resolución:

Sea T el equivalente pedido:

$$T=\frac{(1+ab)(1+ac)}{(a-b)(c-a)}+\frac{(1+ab)(1+bc)}{(b-a)(c-b)}+\frac{(1+ac)(1+bc)}{(c-a)(b-c)}$$

Reacomodando la fracción central tenemos:

$$T=\frac{(1+ab)(1+ac)}{(a-b)(c-a)}+\frac{(1+ab)(1+bc)}{(a-b)(b-c)}+\frac{(1+ac)(1+bc)}{(c-a)(b-c)}$$

Efectuando cada numerador convenientemente:

$$T=\frac{1+a(b+c)+a^2bc}{(a-b)(c-a)}+\frac{1+b(a+c)+ab^2c}{(a-b)(b-c)}+\frac{1+c(a+b)+abc^2}{(c-a)(b-c)}$$

Dando común denominador:

$$T=\frac{b-c+a\left(b^2-c^2\right)+a^2bc(b-c)+c-a+b\left(c^2-a^2\right)+ab^2c(c-a)+a-b+c\left(a^2-b^2\right)+abc^2(a-b)}{(a-b)(c-a)(b-c)}$$

Reduciendo en el numerador:

$$T=\frac{a\left(b^2-c^2\right)+a^2bc(b-c)+b\left(c^2-a^2\right)+ab^2c(c-a)+c\left(a^2-b^2\right)+abc^2(a-b)}{(a-b)(c-a)(b-c)}$$

Agrupando convenientemente tenemos:

$$T=\frac{\left[a^2bc(b-c)+ab^2c(c-a)+abc^2(a-b)\right]+a\left(b^2-c^2\right)+b\left(c^2-a^2\right)+c\left(a^2-b^2\right)}{(a-b)(c-a)(b-c)}$$

$$T=\frac{abc[ab-ac+bc-ab+ac-bc]+a\left(b^2-c^2\right)+b\left(c^2-a^2\right)+c\left(a^2-b^2\right)}{(a-b)(c-a)(b-c)}$$

Reduciendo en el corchete se obtiene cero, con lo cual la fracción T queda así:

$$T=\frac{a\left(b^2-c^2\right)+b\left(c^2-a^2\right)+c\left(a^2-b^2\right)}{(a-b)(c-a)(b-c)}$$

Factorizando el numerador según el criterio de la agrupación:

$$T=\frac{a\left(b^2-c^2\right)+bc^2-a^2b+a^2c-b^2c}{(a-b)(c-a)(b-c)}=\frac{a\left(b^2-c^2\right)+\left(bc^2-b^2c\right)+\left(a^2c-a^2b\right)}{(a-b)(c-a)(b-c)}$$

$$T=\frac{a(b+c)(b-c)-bc(b-c)-a^2(b-c)}{(a-b)(c-a)(b-c)}$$

Factorizando y simplificando el factor $(b-c)$

$$T=\frac{a(b+c)-bc-a^2}{(a-b)(c-a)}=\frac{ab+ac-bc-a^2}{(a-b)(c-a)}=\frac{\left(ab-a^2\right)+(ac-bc)}{(a-b)(c-a)}$$

$$T=\frac{-a(a-b)+c(a-b)}{(a-b)(c-a)}$$

Factorizando y simplificando el factor $(a-b)$:

$$T=\frac{-a+c}{c-a}=\frac{c-a}{c-a}$$

$\therefore$ **T = 1**

Clave: A



Problema 74

Reducir:

$$\frac{x^2}{1-\frac{1}{x^2+\frac{\frac{1}{x}}{x+\frac{1}{x}}}}+\frac{x^2-2}{1-\frac{1}{x^2-\frac{\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}}}}$$

A) x B) $2x$ C) x^2

D) $2x^2$ E) 1

Resolución:

Llamemos T a la expresión dada, luego:

$$T=\frac{x^2}{1-\frac{1}{x^2+\frac{\frac{1}{x}}{\frac{x^2+1}{x}}}}+\frac{x^2-2}{1-\frac{1}{x^2-\frac{\frac{1}{x}}{\frac{x^2-1}{x}}}}$$

Simplificando en la parte indicada tenemos:

$$T=\frac{x^2}{1-\frac{1}{x^2+\frac{1}{x^2+1}}}+\frac{x^2-2}{1-\frac{1}{x^2-\frac{1}{x^2-1}}}$$

$$T=\frac{x^2}{1-\frac{x^2+1}{x^4+x^2+1}}+\frac{x^2-2}{1-\frac{x^2-1}{x^4-x^2-1}}$$

$$T=\frac{x^2(x^4+x^2+1)}{x^4+x^2+1-x^2-1}+\frac{(x^2-2)(x^4-x^2-1)}{x^4-x^2-1-x^2+1}$$

$$T=\frac{x^2(x^4+x^2+1)}{x^4}+\frac{(x^2-2)(x^4-x^2-1)}{x^4-2x^2}$$

Simplificando cada fracción obtenemos:

$$T=\frac{x^4+x^2+1}{x^2}+\frac{x^4-x^2-1}{x^2}$$

Como son fracciones homogéneas se tendrá:

$$T=\frac{x^4+x^2+1+x^4-x^2-1}{x^2}$$

$$T=\frac{2x^4}{x^2}$$

$\therefore$ $\mathbf{T=2x^2}$ **Clave: D**

Problema 75

Si se verifica que:

$$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}=0$$

Calcular el valor de:

$$\frac{a^2+b^2+c^2+8ab+8ac+8bc}{ab+bc+ac}$$

A) 1 B) 3 C) 5

D) 7 E) 9

Resolución:

Sea T el valor pedido, es decir:

$$T=\frac{a^2+b^2+c^2+8ab+8ac+8bc}{ab+bc+ac} \quad \ldots(\alpha)$$

De la condición tenemos:

$$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}=\frac{1}{a-c}$$

Efectuando operaciones indicadas, tenemos:

$$\frac{b-c+a-b}{(a-b)(b-c)}=\frac{1}{a-c}$$

$$\frac{a-c}{(a-b)(b-c)}=\frac{1}{a-c}$$

$$(a-c)^2=(a-b)(b-c)$$

$$a^2-2ac+c^2=ab-b^2-ac+bc$$

Reacomodando los términos obtenidos:

$$a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc \qquad \dots(\theta)$$

Sustityendo (θ) en (α) se tendrá:

$$T=\frac{9ab+9ac+9bc}{ab+bc+ac}=\frac{9(ab+ac+bc)}{ab+bc+ac}$$

$$\therefore\ \mathbf{T=9}$$

Clave: E

Problema 76

El equivalente de:

$$T=\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2}+\frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2}+\frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2} \quad \text{es:}$$

A) 1 B) x C) y D) z E) 0

Resolución:

Llamemos T al equivalente de la expresión dada, es decir:

$$T=\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2}+\frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2}+\frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2}$$

Efectuando la diferencia de cuadrados en cada uno de los términos de las fracciones dadas conseguimos:

$$\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2}=\frac{(x+y-z)(x-y+z)}{(x-y+z)(x+y+z)}=\frac{x+y-z}{x+y+z} \qquad \dots(\alpha)$$

$$\frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2}=\frac{(y+x-z)(y-x+z)}{(x+y+z)(x+y-z)}=\frac{z-x+y}{x+y+z} \qquad \dots(\beta)$$

$$\frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2}=\frac{(z+x-y)(y-x+z)}{(y+z+x)(y+z-x)}=\frac{z+x-y}{x+y+z} \qquad \dots(\theta)$$

Luego reemplazando (α), (β) $\wedge$ (θ) en la expresión T se tendrá:

$$T=\frac{x+y-z}{z+y+z}+\frac{y-x+z}{x+y+z}+\frac{z+x-y}{x+y+z}$$

Como son fracciones homogéneas:

$$T=\frac{x+y-z+y-x+z+z+x-y}{z+y+z}=\frac{x+y+z}{x+y+z}$$

$$\therefore\ \mathbf{T=1}$$

Clave: A



Problema 77

Se verifica:

$$\frac{1}{1-a}-\frac{1}{1+a}-\frac{2a}{1+a^2}-\frac{4a^3}{1+a^4}-\frac{8a^7}{1+a^8}<>\frac{ma^n}{1-a^{16}}$$

Proporcionar el valor de: $m+n$

A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

Resolución:

Nuestra estrategia para resolver este problema consiste en reducir al primer miembro, para luego compararlo con el segundo miembro y de ese modo deducir los valores de "m" y "n", veamos:

$$\underbrace{\frac{1}{1-a}-\frac{1}{1+a}}-\frac{2a}{1+a^2}-\frac{4a^3}{1+a^4}-\frac{8a^7}{1+a^8}<>\underbrace{\frac{2a}{1-a^2}-\frac{2a}{1+a^2}}-\frac{4a^3}{1+a^4}-\frac{8a^7}{1+a^8}$$

$$\underbrace{\frac{4a^3}{1-a^4}-\frac{4a^3}{1+a^4}}-\frac{8a^7}{1+a^8}<>\frac{8a^7}{1-a^8}-\frac{8a^7}{1+a^8}=\frac{16a^{15}}{1+a^{16}}$$

Por condición: $$\frac{16a^{15}}{1-a^{16}}<>\frac{ma^n}{1-a^{16}}$$

De donde se deduce que $m=16 \wedge n=15$

$$\therefore\ \mathbf{m+n=31}$$

Clave: B

Problema 78

Si se verifica que:

$$\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}+\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}-\frac{2ab^2}{a^2-b^2}<>ma$$

¿Cuál es el valor de m?

A) 1 B) 2 C) – 1 D) – 2 E) 3

Resolución:

En este problema procedemos de igual modo que en el problema anterior.

Dando común denominador al primer miembro:

$$\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)+(a+b)(a^2-ab+b^2)-2ab^2}{a^2-b^2}<>ma$$

Con el auxilio de la dieferencia y suma de cubos en el numerador tendremos:

$$\frac{a^3-b^3+a^3+b^3-2ab^2}{a^2-b^2} <> ma$$

$$\frac{2a^3-2ab^2}{a^2-b^2}=\frac{2a\left(a^2-b^2\right)}{a^2-b^2} <> ma$$

Finalmente tenemos: $2\,a <> ma$

$$\therefore\ \mathbf{m=2}$$

Clave: B

Problema 79

Si: $x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}=-1;\ xy\neq 0$

Calcular el valor de: $\dfrac{x+y+z+1}{\left(1+x^{-1}\right)\left(1+y^{-1}\right)\left(1+z^{-1}\right)}$

A) 1 B) $x+y+z$ C) xyz D) $\dfrac{1}{xyz}$ E) -1

Resolución:

Llamando T al valor pedido y efectuando los exponentes negativos tenemos:

$$T=\frac{(x+y+z+1)(xyz)}{(x+1)(y+1)(z+1)} \qquad \ldots(\alpha)$$

Efectuando el denominador según la equivalencia de Steven:

$$(1+x)(1+y)(1+z)=1+(x+y+z)+(xy+xz+yz)+xyz$$

$$(1+x)(1+y)(1+z)=(1+x+y+z)+(xy+xz+yz+xyz) \qquad \ldots(\theta)$$

De la condición: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=-1$

Efectuando se consigue: $xy+xz+yz+xyz=0 \qquad \ldots(\beta)$

Reemplazando (β) en (θ) se obtiene: $(1+x)(1+y)(1+z)=1+x+y+z \qquad \ldots(\gamma)$

Finalmente reemplazando (γ) en (α) se tendrá: $T=\dfrac{(x+y+z+1)(xyz)}{1+x+y+z}$

$$\therefore\ \mathbf{T}=xyz$$

Clave: C



Problema 80

Si $a+b+c=0$, calcular el valor numérico de:

$$\frac{(a-b)^2}{ab(c^2-4ab)}+\frac{(b-c)^2}{bc(a^2-4bc)}+\frac{(c-a)^2}{ac(b^2-4ac)}$$

A) a B) b C) c D) $a-b+c$ E) 0

Resolución:

Sea T el valor numérico solicitado, es decir:

$$T=\frac{(a-b)^2}{ab(c^2-4ab)}+\frac{(b-c)^2}{bc(a^2-4bc)}+\frac{(c-a)^2}{ac(b^2-4ac)}$$

Nuestra estrategia para resolver este problema consistirá en formar cada una de las fracciones a partir del dato

* Dato: $a+b+c=0 \Rightarrow c=-a-b$

Elevando al cuadrado: $c^2=a^2+2ab+b^2$

Restando 4ab a ambos miembros: $c^2-4ab=a^2-2ab+b^2 \Rightarrow c^2-4ab=(a-b)^2$

Al dividir por $ab(c^2-4ab)$: $\frac{1}{ab}=\frac{(a-b)^2}{ab(c^2-4ab)}$ ...(α)

* Dato: $a+b+c=0 \Rightarrow a=-b-c$

Elevando al cuadrado: $a^2=b^2+2bc+c^2$

Restando 4bc a ambos miembros: $a^2-4bc=b^2-2bc+c^2$

$$a^2-4bc=(b-c)^2$$

Al dividir por $bc(a^2-4bc)$: $\frac{1}{bc}=\frac{(b-c)^2}{bc(a^2-4bc)}$ ...(β)

Procediendo de igual modo también para la tercera fracción se consigue:

$$\frac{1}{ac}=\frac{(c-a)^2}{ac(b^2-4ac)} \quad ...(\theta)$$

Finalmente sustituyendo: (α), (β) $\wedge$ (θ) en la expresión T se consigue:

$$T=\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}$$

Dando común denominador

$$T = \frac{a+b+c}{abc}$$

Recuerda que: $a + b + c = 0 \ldots$ (dato)

Luego el valor pedido será: $T = \frac{0}{abc}$

$$\therefore\ \mathbf{T = \frac{0}{abc}}$$

Clave: E

Problema 81

Si: $\frac{(a+b+c)^2}{ab+bc+ac} = 3;\ \{a,b,c\} \subset \mathbb{R} - \{0\}$

Calcular el valor de:

$$\left(\frac{2a+b+c}{a}\right)\left(\frac{a+3b+c}{b}\right)\left(\frac{a+b+4c}{c}\right)$$

A) 60 B) 90 C) 120
D) 150 E) 20

Resolución:

Sea T el valor pedido, es decir:

$$T = \frac{(2a+b+c)(a+3b+c)(a+a+4c)}{abc}$$

De la condición:

$$(a+b+c)^2 = 3(ab+bc+ac)$$

Efectuando conseguimos:

$$a^2+b^2+c^2 = ab+bc+ac$$

Por implicancia notable: $a = b = c$

Luego en T se tendrá:

$$T = \frac{(2a+a+a)(a+3a+a)(a+a+4a)}{a \cdot a \cdot a}$$

$$T = \frac{(4a)(5a)(6a)}{a^3} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6a^3}{a^3} = 4 \cdot 5 \cdot 6$$

$$\therefore\ \mathbf{T = 120}$$

Clave: C

Problema 82

Descomponer en fracciones parciales la siguiente fracción:

$$\frac{10x^2-6x-22}{x^3-2x^2-5x+6}$$

Indicando como respuesta la suma de los numeradores de todas las fracciones simples encontradas

A) 7 B) – 7 C) 10 D) – 10 E) 15

Resolución:

Para descomponer la fracción dada en fracciones parciales, será necesario factorizar a su denominador veamos:

$x^3-2x^2-5x+6 \equiv (x-1)(x+2)(x-3)$ ... la factorización fácilmente se pudo realizar con la ayuda del criterio de los divisores binómicos.

Luego la fracción dada queda así:

$$\frac{10x^2-6x-22}{x^3-2x^2-5x+6} \equiv \frac{10x^2-6x-22}{(x-1)(x+2)(x-3)}$$



Deacuerdo con el primer caso de la descomposición de fracciones en fracciones parciales, debemos plantear:

$$\frac{10x^2-6x-22}{(x-1)(x+2)(x-3)}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+2}+\frac{c}{x-3} \qquad \ldots(\alpha)$$

Dando común denominador al segundo miembro; la igualdad será:

$$\frac{10x^2-6x-22}{(x-1)(x+2)(x-3)}=\frac{a(x+2)(x-3)+b(x-1)(x-3)+c(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)(x-3)}$$

De donde podemos observar que:

$$10x^2-6x-22 <> a(x+2)(x-3)+b(x-1)(x-3)+c(x-1)(x+2)$$

Para encontrar los valores de a, b $\wedge$ c, asignamos valores convenientes para la variable x en la equivalencia.

Si $x=1$ $\Rightarrow$ $10-6-22=a(3)(-2)$ $\Rightarrow$ $a=3$

Si $x=-2$ $\Rightarrow$ $40+12-22=b(-3)(-5)$ $\Rightarrow$ $b=2$

Si $x=3$ $\Rightarrow$ $90-18-22=c(2)(5)$ $\Rightarrow$ $c=5$

Finalmente en (α) tenemos:

$$\frac{10x^2-6x-22}{x^3-2x^2-5x+6}=\frac{3}{x-1}+\frac{2}{x+2}+\frac{5}{x-3}$$

En consecuencia:

Σ de numeradores $=3+2+5$

$\therefore$ Σ de numeradores $=10$

Clave: C

Problema 83

Calcular el producto de los numeradores de las fracciones simples en la que se transforma la siguiente fracción:

$$\frac{x+3}{x^2+2x+1}$$

A) 1 B) 2 C) 6
D) 4 E) 3

Resolución:

La fracción dada equivale a:

$$\frac{x+3}{x^2+2x+1}=\frac{x+3}{(x+1)^2}$$

De acuerdo con el segundo caso de descomposición de fracciones parciales debemos plantear:

$$\frac{x+3}{(x+1)^2}=\frac{a}{x+1}+\frac{b}{(x+1)^2}$$

De donde se observa que:

$$x+3\equiv ax+(a+b)$$

De la identidad se deduce que:

$$a=1 \wedge a+b=3 \Rightarrow a=1 \wedge b=2$$

Finalmente en (α) se tendrá:

$$\frac{x+3}{x^2+2x+1}=\frac{1}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}$$

En consecuencia:

Π de numeradores $=2\cdot 1$

$\therefore$ **Π de numeradores = 2**

Clave: B

Problema 84

Descomponer en fracciones parciales la siguiente fracción:

$$\frac{2x^2+5x-1}{x^3-1}$$

Para luego indicar la suma de los numeradores.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

Efectuando la diferencia de cubos del denominador se obtiene:

$$\frac{2x^2+5x-1}{x^3-1}=\frac{2x^2+5x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

Teniendo en cuenta al primer y tercer caso de la descomposición de fracciones en fracciones parciales podemos plantear:

$$\frac{2x^2+5x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{a}{x-1}+\frac{bx+c}{x^2+x+1} \qquad \ldots(\alpha)$$

Dando común denominador conseguimos:

$$\frac{2x^2+5x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{a(x^2+x+1)+(x-1)(bx+c)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

De donde:

$$2x^2+5x-1\equiv a(x^2+x+1)+(x-1)(bx+c) \qquad \ldots(\beta)$$

Si: $x=1 \Rightarrow 2+5-1=3a$

$$2=a$$

Efectuando el segundo miembro de (β) obtenemos:

$$2x^2+5x-1\equiv(a+b)x^2+(a-b+c)x+(a-c)$$

De la identidad: $a+b=2 \wedge a-b+c=5 \wedge a-c=-1$

Como $a=2 \Rightarrow b=0 \wedge c=3$

Finalmente en (α) se consigue: $\dfrac{2x^2+5x-1}{x^3-1}=\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{x^2+x+1}$

Σ de numeradores = 2 + 3

$\therefore$ **Σ de numeradores = 5**

Clave: E



Problema 85

Si al descomponer la fracción:

$$\frac{5x^2-2x+1}{(x^2+1)(x-1)}$$

En fracciones parciañes se obtiene:

$$\frac{a}{x-1}+\frac{bx+c}{x^2+1}$$

¿Cuál es el valor de ab – c?

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

Resolución:

De acuerdo con la condición del problema se debe plantear:

$$\frac{5x^2-2x+1}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{a}{x-1}+\frac{bx+c}{x^2+1}$$

Dando común denominador al segundo miembro conseguimos

$$\frac{5x^2-2x+1}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{(x^2+1)a+(x-1)(bx+c)}{(x-1)(x^2+1)}$$

De donde:

$5x^2-2x+1\equiv(x^2+1)a+(x-1)(bx+c)\ldots(\alpha)$

Si: $x=1 \Rightarrow 5-2+1=2a$

$2=a$

Efectuando el 2do miembro de (α) obtenemos:

$5x^2-2x+1\equiv(a+b)x^2-(b-c)x+(a-c)$

De la identidad:

$a+b=5 \wedge b-c=2 \wedge a-c=1$

Como $a=2 \Rightarrow b=3 \wedge c=1$

$\therefore$ **$ab-c=5$**

Clave: A

Problema 86

Si: $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$

Calcular:

$$T=\frac{ax+by+cz}{a^2+b^2+c^2}-\frac{x^2+y^2+z^2}{ax+by+cz}$$

A) – 1 B) 1 C) 0
D) 2 E) – 2

Resolución:

Considerando las propiedades existentes para una serue de razones equivalentes tenemos:

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=k$$

Se cumple:

$$\frac{ax}{a^2}=\frac{by}{b^2}=\frac{cz}{c^2}=k$$

$$\frac{ax+by+cz}{a^2+b^2+c^2}=k \quad \ldots(\alpha)$$

También:

$$\frac{x^2}{ax}=\frac{y^2}{by}=\frac{z^2}{cz}=k$$

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{ax+by+cz}=k \quad \ldots(\beta)$$

Finalmente reemplazado $(\alpha) \wedge (\beta)$ en la expresión pedida se tendrá:

$T=k-k$

$\therefore$ **$T=0$**

Clave: C

Problema 87

Si: $\dfrac{x^2-yz}{x-1}=\dfrac{y^2-xz}{y-1}=\dfrac{z^2-xy}{z-1}$ proporcionar el equivalente de: $\sqrt{\dfrac{xy+xz+yz}{x+y+z}}$

A) 2 B) 1/2 C) 3 D) 1 E) 4

Resolución:

Sea T el equivalente de la expresión dada, es decir:

$$T=\sqrt{\frac{xy+xz+yz}{x+y+z}} \qquad \ldots(\alpha)$$

De la serie de razones iguales:

$$\frac{x^2-yz}{x-1}=\frac{y^2-xz}{y-1}=\frac{z^2-xy}{z-1}$$

Según las propiedades se podrá plantear que:

$$\frac{(x^2-yz)-(y^2-xz)}{(x-1)-(y-1)}=\frac{z^2-xy}{z-1}\Leftrightarrow\frac{x^2-y^2+xz-yz}{x-y}=\frac{z^2-xy}{z-1}$$

Factorizando el numerador de la fracción del primer miembro tenemos:

$$\frac{(x-y)(x+y+z)}{x-y}=\frac{z^2-xy}{z-1}$$

Simplificando y multiplicando en aspa obtenemos

$$(x+y+z)(z-1)=z^2-xy \Leftrightarrow xz+yz+z^2-x-y-z=z^2-xy$$

Por tranposición de términos se logra obtener:

$$xy+xz+yz=x+y+z \qquad \ldots(\beta)$$

Finalmente reemplazando (α) en (β) se tendrá:

$$T=\sqrt{1}$$

$$\therefore\ \mathbf{T=1}$$

Clave: D

Problema 88

Si: $x\neq 1,\ y\neq 1 \wedge x\neq z$

$$\frac{yz-x^2}{1-x}=\frac{xz-y^2}{1-y}$$



Entonces ambas fracciones son iguales a:

A) xyz B) $x-y+z$ C) $x+y+z$

D) $\dfrac{1}{xyz}$ E) $-x+y-z$

Resolución:

Sean ambas fracciones iguales a k, es decir:

$$\frac{yz-x^2}{1-x}=\frac{xz-y^2}{1-y}=k$$

De acuerdo con las propiedades para una serie de razones iguales es válido plantear:

$$\frac{yz-x^2-(xz-y^2)}{1-x-(1-y)}=k$$

$$\frac{yz-x^2-xz+y^2}{-x+y}=k$$

$$\frac{y^2-x^2+yz-xz}{-x+y}=k$$

Factorizando en el numerador tenemos:

$$\frac{(y-x)(y+x+z)}{y-x}=k$$

$$\frac{y+x+z}{1}=k$$

$$\therefore\ k=x+y+z$$

Clave: C

Problema 89

Calcular a + b, sabiendo que la fracción:

$$\frac{(a+2)x^4+6x^2y^2+12y^2}{4x^4+(b-1)x^2y^2+(b+3)y^2}$$

Admite un valor constante para cualquier valor permisible de $x \wedge y$.

A) 7 B) 9 C) – 7

D) – 9 E) 4

Resolución:

De acuerdo con la condición del problema, la fracción dada es de valor constante, luego de acuerdo con la teoría se cumple que:

$$\frac{a+2}{4}=\frac{6}{b-1}=\frac{12}{b+3}$$

(I): $\frac{6}{b-1}=\frac{12}{b+3}$; (II): $\frac{a+2}{4}=\frac{12}{b+3}$

De (I):

$$\frac{6}{b-1}=\frac{12}{b+3} \Rightarrow b+3=2(b-1)$$

$$b+3=2b-2$$

$$b=5$$

De (II):

Como b = 5: $\dfrac{a+2}{4}=\dfrac{6}{4} \Rightarrow a+2=6$

$$a=4$$

Finalmente tenemos: $a+b=5+4$

$$\therefore\ \mathbf{a+b=9}$$

Clave: B

Problema 90

Si: $3xyz=4(x+y+z)=24$ proporcionar el equivalente de:

$$\frac{2}{x}\left[\frac{64-x^2}{yz-1}\right]+\frac{2}{y}\left[\frac{64-y^2}{zx-1}\right]+\frac{2}{z}\left[\frac{64-z^2}{xy-1}\right]$$

A) 20 B) 40 C) 50

D) 60 E) 75

Resolución:

Sea T el equivalente solicitado, es decir:

$$T=\frac{2(8^2-x^2)}{xyz-x}+\frac{2(8^2-y^2)}{xyz-y}+\frac{2(8^2-z^2)}{xyz-z}$$

De la condición:: $3xyz=4(x+y+z)=24$

Observa que: $xyz=8 \wedge x+y+z=6$

Si reemplazamos $xyz = 8$ en (T) se consigue:

$$T=\frac{2(8^2-x^2)}{8-x}+\frac{2(8^2-y^2)}{8-y}+\frac{2(8^2-z^2)}{8-z}$$

Simplificando cada fracción se obtiene:
$T = 2(8 + x) + 2(8 + y) + 2(8 + z)$
Efectuando y agrupando convenientemente:
$T = 48 + 2(x + y + z)$
Recuerda que: $x + y + z = 6$, luego se tendrá:
$T = 48 - 2(6)$
$T = 48 - 12$
$\therefore$ **$T = 60$**

Clave: D

Problema 91

Simplificar la siguiente fracción:

$$\frac{x^4+2x^3-x^2+2x+1}{x^4-4x^3+5x^2-4x+1}$$

A) $\dfrac{x^2-x+1}{x^2-3x+1}$ B) $\dfrac{x^2-3x+1}{x^2+3x+1}$

C) $\dfrac{x^2+3x+1}{x^2-3x+1}$ D) $\dfrac{x^2-3x+1}{x^2+3x+1}$

E) $\dfrac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$

Resolución:

Para poder simplificar la fracción debemos encontrar el M.C.D de sus términos para luego eliminarlos, frecuentemente para simplificar una fracción se procede a factorizar totalmente a sus términos para luego reconocer y cancelar a su M.C.D.

Un criterio práctico pero muy eficaz para encontrar el M.C.D de dos polinomio de igual grado e igual coeficiente principal, consiste en restar ambos polinomios para originar un nuevo polinomio, el cual necesariamente debe contener (si es que el no lo es) al M.C.D de los mencionados polinomios.

Dados los polinomios: P_1 y P_2.

Luego: $P_1 - P_2 = P_3$

Si: $P_3 = \text{M.C.D.}(P_1; P_2)$ se deberá cumplir que:

$$P_1 \div P_3 \Rightarrow \text{Residuo} \equiv 0$$

$$P_2 \div P_3 \Rightarrow \text{Residuo} \equiv 0$$

En nuestro problema sea la fracción F, es decir:

$$F=\frac{N}{D}=\frac{x^4+2x^3-x^2+2x+1}{x^4-4x^3+5x^2-4x+1}$$

Hallando el M.C.D (N, M):

$$N = x^4+2x^3-x^2+2x+1$$

$$D = x^4-4x^3+5x^2-4x+1$$

Restando: $N - D \equiv 6x^3-6x^2+6x$

Observar que:

$N \div (N-D) \Rightarrow \text{Residuo} \neq 0$

$D \div (N-D) \Rightarrow \text{Residuo} \neq 0$

Lo cual nos permite asegurar que:

$6x^3-6x^2+6x$ no es M.C.D. (N; D) pero debe estar contenido en el; veamos:

$$N-D=6x^3-6x^2+6x=6x\underbrace{(x^2-x+1)}$$

Observa que:

$$N \div (x^2-x+1) \Rightarrow \text{Residuo} = 0$$

$$D \div (x^2-x+1) \Rightarrow \text{Residuo} = 0$$

Con lo cual garantizamos que:

$$\text{M.C.D}(N; D) = x^2-x+1$$



Luego por el método de Horner, dividimos a N y D por el M.C.D obteniendo:

* $N \div (x^2 - x + 1) \equiv x^2 + 3x + 1 \quad \ldots(\alpha)$

* $D \div (x^2 - x + 1) \equiv x^2 - 3x + 1 \quad \ldots(\theta)$

Finalmente de (α) y (θ) se concluye que la fracción simplificada será:

$$F = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 3x + 1}$$

Clave: C

Problema 92

Si el numerador y el denominador de la fracción reductible:

$$\frac{3x^3 - 2x^2 - (a+2)x - 6}{3x^3 - 5x^2 - (a-1)x + b}$$

Admite un divisor común de la forma $x^2 + mx - 6$ indicar el valor de "b"

A) 10 B) 11 C) 12
D) 6 E) 3

Resolución:

Sea la fracción:

$$F = \frac{N}{D} = \frac{3x^3 - 2x^2 - (a+2)x - 6}{3x^3 - 5x^2 - (a-1)x + b}$$

Por condición del problema:

$M.C.D.(N;D) = x^2 + mx - 6$, es decir:

$(x^2 + mx - 6)$ debe estar contenido en la diferencia N – D

Nótese que:

$$N - D \Rightarrow N - D \equiv 3x^2 - 3x - (b+6)$$

$$N - D \equiv 3\left(x^2 - x - \frac{b+6}{3}\right) \quad \ldots(\theta)$$

De (α) y (θ) fácilmente deducimos que:

$$x^2 + mx - 6 \equiv x^2 - x - \frac{b+6}{3}$$

De donde se observa que:

$$\frac{b+6}{3} = 6 \Leftrightarrow b + 6 = 18$$

$$\therefore \ \mathbf{b = 12}$$

Clave: C

Problema 93

Con respecto al problema anterior. ¿Cuál es el valor de "a + m"

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 14

Resolución:

De la última identidad establecida en la resolución del problema anterior

$$x^2 + mx - 6 \equiv x^2 - x - \frac{b+6}{3}$$

Se deduce que: m = –1 $\quad \ldots(\alpha)$

Como M.C.D (N; D) $\equiv x^2 - x - 6$ para encontrar el valor de "a" será suficiente efectuar la siguiente división exacta:

$N \div (x^2 - x - 6)$

$$\frac{3x^3 - 2x^2 - (a+2)x - 6}{x^2 - x - 6}$$

Por el método de Horner:

1	3	–2	–(a + 2)	–6
1		3	18	
6			1	6
	3	1	0	0

Finalmente en la columna del residuo tenemos:

E&M

$-(a+2)+19=0 \Rightarrow a=17 \quad \ldots(\theta)$

En consecuencia con (α) y (θ) se concluye que:

$$a+m=17+(-1)=17-1$$

$$\therefore\ \mathbf{a+m=16}$$

Clave: B

Problema 94

Determine el equivalente de:

$$\left[a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b+\ddots}}}\right] \div \left[b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\ddots}}}\right]$$

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) ab

D) 1 E) $\frac{a+b}{6}$

Resolución:

Sea T el equivalente pedido, en consecuencia se tendrá:

$$T=\frac{N}{D} \quad \ldots(\alpha)$$

Donde:

$$N=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b+\ddots}}} \wedge D=b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\ddots}}}$$

Si observas atentamente podrás deducir que las expresiones anteriores equivalen a:

$$N=a+\frac{1}{D} \wedge D=b+\frac{1}{N} \Rightarrow$$

$$ND=aD+1 \wedge ND=Nb+1$$

Igualando los segundos miembros tenemos:

$$aD+1=bN+1 \Rightarrow aD=bN$$

Es decir: $\frac{a}{b}=\frac{N}{D}$

$$\ldots(\theta)$$

Finalmente de (α) y (θ) se concluye que:

$$\therefore\ \mathbf{T=\frac{a}{b}}$$

Clave: A

Problema 95

Determine el equivalente de la siguiente fracción:

$$\cfrac{a}{a+1-\cfrac{a}{a+1-\cfrac{a}{a+1-\cfrac{a}{\vdots}}}}$$

"n" veces

Indicar como respuesta su denominador:

A) 1 B) a^n+1 C) $a^{n-1}+1$

D) $a^{n+1}-1$ E) $a^{n+1}+1$

Resolución:

Nuestra estrategia para resolver este problema consistirá en aplicar el método inductivo, para lo cual será necesario designar con F al equivalente de la fracción dada:

$$\text{Si } n=1 \Rightarrow F=\frac{a}{a+1}=\frac{a(a^1-1)}{a^2-1} \ldots(\alpha)$$

$$\text{Si } n=2 \Rightarrow F=\cfrac{a}{a+1-\cfrac{a}{a+1}}=\frac{a(a+1)}{a^2+a+1}$$

Dando una forma adecuada:

$$F=\frac{a(a+1)(a-1)}{(a-1)(a^2+a+1)}$$



$$F=\frac{a(a^2-1)}{a^3-1} \qquad \ldots(\beta)$$

Si:

$$n=3 \Rightarrow F=\cfrac{a}{a+1-\cfrac{a}{a+1-\cfrac{a}{a+1}}}$$

Con el auxilio del caso anterior (n = 2), tenemos:

$$F=\cfrac{a}{a+1-\cfrac{a(a+1)}{a^2+a+1}}=\frac{a(a^2+a+1)}{a^3+a^2+a+1}$$

Dando una forma adecuada:

$$F=\frac{a(a-1)(a^2+a+1)}{(a-1)(a^3+a^2+a+1)}=\frac{a(a^3-1)}{a^4-1}\ldots$$

(θ)

Si observamos muy atentamente los resultados obtenidos en (α), (β) y (θ) podemos llegar a la conclusión que para los "n" términos se tendrá:

$$F=\frac{a(a^n-1)}{a^{n+1}-1}$$

Clave: D

Problema 96

Sabiendo que:

$$x=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2};\ y=\frac{b^2-c^2}{b^2+c^2};\ z=\frac{c^2-a^2}{c^2+a^2}$$

Además:

$$\frac{a^4+b^4}{(a^2+b^2)^2}+\frac{b^4+c^4}{(b^2+c^2)^2}+\frac{a^4+c^4}{(a^2+c^2)^2}=4$$

Que valor asume: $x^2+y^2+z^2$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Se pide:

$$x^2+y^2+z^2=\frac{(a^2-b^2)^2}{(a^2+b^2)^2}+\frac{(b^2-c^2)^2}{(b^2+c^2)^2}+\frac{(c^2-a^2)^2}{(c^2+a^2)^2}$$

De la condición:

$$\frac{a^4+b^4}{(a^2+b^2)^2}+\frac{b^4+c^4}{(b^2+c^2)^2}+\frac{a^4+c^4}{(a^2+c^2)}=4$$

Multiplicando a ambos miembros por 2:

$$\frac{2(a^4+b^4)}{(a^2+b^2)^2}+\frac{2(b^4+c^4)}{(b^2+c^2)^2}+\frac{2(a^4+c^4)}{(a^2+c^2)}=8$$

Aplicando la equivalencia de Legendre en cada numerador, conseguimos:

$$\frac{(a^2+b^2)^2+(a^2-b^2)^2}{(a^2+b^2)}+\frac{(b^2+c^2)^2+(b^2-c^2)^2}{(b^2+c^2)^2}+\frac{(c^2+a^2)^2+(c^2-a^2)^2}{(c^2+a^2)}=8$$

Separando términos en cada fracción tenemos:

$$1+\frac{(a^2-b^2)^2}{(a^2+b^2)^2}+1+\frac{(b^2-c^2)^2}{(b^2+c^2)^2}+1+\frac{(c^2-a^2)^2}{(c^2+a^2)^2}=8$$

Agrupando y reduciendo obtenemos: $3+x^2+y^2+z^2=8$

$$\therefore\ x^2+y^2+z^2=5$$

Clave: E

Problema 97

Sabiendo que:

$$\frac{x^2+y^2}{x+y}+\frac{y^2+z^2}{y+z}+\frac{x^2+z^2}{x+z}=xyz$$

Proporcionar el equivalente de:

$$\frac{y}{xz(x+y)}+\frac{z}{xy(y+z)}+\frac{x}{yz(x+z)}$$

A) 1/4 B) 1/8 C) 1/2 D) 1/16 E) 1/12

Resolución:

Sea T el equivalente solicitado, es decir:

$$T=\frac{y}{xz(x+y)}+\frac{z}{xy(y+z)}+\frac{x}{yz(x+z)}$$

Multiplicando a ambos miembros por $2xyz$ se tendrá:

$$2xyzT=\frac{2y^2}{x+y}+\frac{2z^2}{y+z}+\frac{2x^2}{x+z} \qquad \ldots(\alpha)$$

Por dato se sabe que:

$$xyz=\frac{x^2+y^2}{x+y}+\frac{y^2+z^2}{y+z}+\frac{x^2+z^2}{x+z} \qquad \ldots(\beta)$$

Restando $(\alpha)-(\beta)$ conseguiremos:

$$2xyzT\text{-}xyz=\frac{y^2-x^2}{x+y}+\frac{z^2-y^2}{y+z}+\frac{x^2-z^2}{x+z}$$

Simplificando cada fracción tenemos:

$$2xyzT-xyz=y-x+z-y+x-z=0$$

Reduciendo y transponiendo términos obtendremos: $2xyzT=xyz$

$$2T=1$$

$$\therefore\ T=\frac{1}{2}$$

Clave: C

Problema 98

Dado: $P(x)\equiv\dfrac{mx+1}{x-4}$ Calcular el valor de "m"

Si: $P[P(x)]$ es independiente de x.

A) 1/4 B) – 1/4 C) 1/2 D) – 1/2 E) 1

Resolución:

Hallemos la expresión equivalente de $P[P(x)]$, a partir del dato:

$$P(x)\equiv\frac{mx+1}{x-4} \qquad \ldots(\alpha)$$



Hagamos $x = P(x)$ en (α)

$$P[P(x)] \equiv \frac{mP(x)+1}{P(x)-4} \qquad \ldots(\beta)$$

Reemplazando $P(x)$ por $\frac{mx+1}{x-4}$ en (β)

$$P[P(x)] \equiv \frac{m\left(\frac{mx+1}{x-4}\right)+1}{\frac{mx+1}{x-4}-4}$$

Efectuando operaciones indicadas se consigue:

$$P[P(x)] = \frac{(m^2+1)x+(m-4)}{(m-4)x+17}$$

Por condición del problema esta expresión es independiente de x, es decir $P[P(x)]$ es una fracción de valor constante, en consecuencia se cumple que:

$$\frac{m^2+1}{m-4} = \frac{m-4}{17}$$

$$17(m^2+1) = (m-4)^2$$

$$17m^2+17 = m^2-8m+16$$

$$16m^2+8m+1=0 \Leftrightarrow (4m+1)^2=0$$

Finalmente obtenemos: $4m+1=0$

$$\therefore\ \mathbf{m = -\frac{1}{4}}$$

Clave: B

Problema 99

Determine el número de factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv x^5+4x^4-10x^2-x+6$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Por divisores binómicos:

$$P(x) \equiv x^5+4x^4-10x^2-x+6$$

$$PC = \pm\left\{\frac{\text{Divisores de } 6}{\text{Divisores de } 1}\right\}$$

$$PC = \pm\left\{\frac{1;2;3;6}{1}\right\} = \pm\{1;2;3;6\}$$

Por divisores sucesivas según Ruffini:

	1	4	0	−10	−1	6
1	↓	1	5	5	−5	−6
	1	5	5	−5	−6	0
1	↓	1	6	11	6	
	1	6	11	6	0	
−1	↓	−1	−5	−6		
	1	5	6	0		
−2	↓	−2	−6			
	1	3	0			

$$P(x) \equiv (x-1)(x-1)(x+1)(x+2)(x+3)$$

$$P(x) \equiv (x-1)^2(x+1)(x+2)(x+3)$$

$\therefore$ **nº de factores primos = 4**

Clave: D

Problema 100

Sean a, b y c tres números reales distintos entre si tales que verifican:

$$a^3+pa+q=0$$

$$b^3+pb+q=0$$

$$c^3+pc+q=0$$

Calcular: $\dfrac{abcp}{(ab+ac+bc)q}$

A) 0 B) − 1 C) 1
D) 1/2 E) − 1/2

Resolución:

Una rápida inspección a las condiciones dadas sugiere suponer a un polinomio

$$P(x) \equiv x^3+px+q$$

Observa que P(a) = 0; P(b) = 0; P(c) = 0. Según el teorema del factor $(x-a)$, $(x-b)$ y $(x-c)$ deberán ser factores de $P(x)$

Nótese que $P(x)$ tiene coeficientes principal uno, luego se debe cumplir que:

$$P(x) \equiv \underbrace{x^3+px+q \equiv (x-a)(x-b)(x-c)}$$

$$x^3+px+q \equiv x^3-(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x-abc$$

De donde reconocemos que:

$$abc=-q \wedge ab+ac+bc=p$$

Finalmente si "k" es la expresión solicitada se tendrá:

$$k=\frac{(abc)p}{(ab+ac+bc)q}=\frac{(-q)p}{(p)q}$$

$$\therefore\ \mathbf{k=-1}$$

Clave: B

Problema 101

En una división por el método de *Ruffini* se obtiene el siguiente esquema:

	p	-4	-n	p
a		r	r	s
	p	p	1	n

Calcular: "a"

A) – 2 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Resolución:

Según la regla de Ruffini:

$$\left.\begin{array}{l} * \ r-4=p \Rightarrow r=p+4 \\ * \ r-n=1 \Rightarrow r=n+1 \end{array}\right\} p+4=n+1$$

$$3=n-p$$

$$* \ a=S \wedge p+S=n$$

$$p+a=n$$

$$a=n-p$$

$$\therefore\ a=3$$

Clave: D

Problema 102

Si al dividir: P(x) entre (x – 2) y (x – 1) deja como residuo 3 y 5 respectivamente, entonces el residuo de la división

$P(x) \div (x^2-3x+2)$ es:

A) $3x-2$ B) $-2x+7$ C) $3x+2$
D) $2x+3$ E) $2x-3$

Resolución:

Del enunciado:

* $P(x) \div (x-2) \rightarrow R(x) \equiv 3 : P(2)=3$
* $P(x) \div (x-1) \rightarrow R(x) \equiv 5 : P(1)=5$
* $P(x) \div (x^2-3x+2) \rightarrow R(x) \equiv ?$

Fácilmente podemos reconocer que el residuo buscado es de primer grado, es decir su forma será:

$$R(x) \equiv ax+b$$

Por fórmula de la división:

$$D(x) \equiv d(x).Q(x)+R(x)$$

$$P(x) \equiv (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$$

$$P(x) \equiv (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Para } x=2: 2a+b=3\\ \text{Para } x=1: \quad a+b=5\end{array}\right\} a=-2 \wedge b=7$$

$$\therefore\ R(x) \equiv -2x+7$$

Clave: B

Problema 103

Determine el resto de dividir el polinomio por:

$P(x) \equiv 2x^{42}+2+2x^{41}+x^{21}+x^{22}+2x$

por el polinomio.

$C(x) \equiv x^3+2x^2+2x+1$

A) $2x^2-x-1$ B) $2x^2-x+1$

C) x^2-x-2 D) $-2x^2-x+1$

E) $-x^2+x+2$

Resolución:

El polinomio dividendo es:

$$P(x) \equiv 2x^{42}+2+2x^{41}+x^{21}+x^{22}+2x$$

$$P(x) \equiv 2x^{42}+2x^{41}+x^{22}+x^{21}+2x+2$$

$$P(x) \equiv 2x^{41}(x+1)+x^{21}(x+1)+2(x+1)$$

$$P(x) \equiv (2x^{41}+x^{21}+2)(x+1)$$

El polinomio divisor es:

$$C(x) \equiv x^3+2x^2+2x+1$$

$$C(x) \equiv x^3+1+2x^2+2x$$

$$C(x) \equiv (x+1)(x^2-x+1)+2x(x+1)$$

$$C(x) \equiv (x^2-x+1+2x)(x+1)$$

$$C(x) \equiv (x^2+x+1)(x+1)$$

La división es:

$$\frac{(2x^{41}+x^{21}+2)(x+1)}{(x^2+x+1)(x+1)}$$

* Según restos especiales podemos dividir a ambos términos por $(x+1)$.

$$\frac{2x^{41}+x^{21}+2}{x^2+x+1}$$

* Según restos especiales:

$$\frac{(2x^{41}+x^{21}+2)(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)}$$

$$\frac{(2x^{41}+x^{21}+2)(x-1)}{x^3-1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^3-1=0 \Rightarrow x^3=1$$

En el dividendo tenemos:

$$D(x) \equiv (2x^{41}+x^{21}+2)(x-1)$$

$$D(x) \equiv [2(x^3)^{13}x^2+(x^3)^7+2](x-1)$$

$$R''(x) \equiv [2(1)x^2+1+2](x-1)$$

$$R''(x) \equiv (2x^2+3)(x-1)$$

$$R''(x) \equiv 2x^3-2x^2+3x-3$$

$$R''(x) \equiv 2(1)-2x^2+3x-3$$

$$R''(x) \equiv 2-2x^2+3x-3$$

$$R''(x) \equiv -2x^2+3x-1$$

$$R''(x) \equiv -(2x^2-3x+1)$$

$$R''(x) \equiv -(2x-1)(x-1)$$

Ahora se plantea:

$$R'(x) \equiv \frac{R''(x)}{x-1}$$

$$R'(x) \equiv -(2x-1)$$

Finalmente tenemos:

$$R(x) \equiv R'(x)\cdot(x+1)$$

$$R(x) \equiv -(2x-1)(x+1)$$

$$\therefore\ R(x) \equiv -2x^2-x+1$$

Clave: D

Problema 104

Halle *m* tal que el término independiente del cociente sea 1820 al dividir:

$$\frac{(2x+3)^{2m}(x+5)}{(x+1)(x+2)}$$

A) 3 B) 2 C) 1
D) 4 E) 6

Resolución:

Hallemos el residuo de la división:

$$\frac{(2x+3)^{2m}(x+5)}{(x+1)(x+2)}$$

Fácilmente podemos reconocer que el residuo es un polinomio cuyo grado máximo es uno:

$$R(x) \equiv ax+b$$

Según la fórmula de la división:

$$D(x) \equiv d(x)\cdot Q(x)+R(x)$$

$$(2x+3)^{2m}(x+5) \equiv (x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$$

Si $x=-2 \Rightarrow -2a+b=3$

Si $x=-1 \Rightarrow -a+b=4$

Restando obtenemos:

$-a+2a=4-3$

$a=1$

Con lo cual también tenemos:

$-1+b=4$

$b=5$

Ahora reconocemos que:

$$R(x) \equiv x+5$$

Según la fórmula de la división:

$$(2x+3)^{2m}(x+5) \equiv (x+1)(x+2)Q(x)+x+5$$

Para $x=0$:

$$3^{2m}\cdot 5 = 2.Q(0)+5$$

Por condición $Q(0)=1820$:

$3^{2m}.5=2(1820)+5$

$3^{2m}=728+1$

$3^{2m}=729$

$3^{2m}=3^6$

$2m=6$

$\therefore\ m=3$

Clave: A

Problema 105

Al dividir $(x^{30}+x+1)\div(x^2-1)$, obtener la suma de los coeficientes del residuo.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Resolución:

La división es:

$$\frac{x^{30}+x+1}{x^2-1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1$$

En el dividendo:

$D(x) \equiv x^{30}+x+1$

$D(x) \equiv (x^2)^{15}+x+1$

$R(x) \equiv (1)^{15}+x+1$

$R(x) \equiv 1+x+1$

$R(x) \equiv x+2$

$\therefore\ R(1)=3$

Clave: D

Problema 106

Determine la suma de coeficientes del residuo de la división:

$$\frac{4x^8-3x^6+5x^2+x-7}{2x^4-x^3+2x-3}$$



A) – 2 B) 0 C) 1
D) 2 E) 5

Resolución:
Según la fórmula de la división:

$$D(x) \equiv d(x).Q(x) + R(x)$$

$$4x^8 - 3x^6 + 5x^2 + x - 7 \equiv$$
$$(2x^4 - x^3 + 2x - 3)Q(x) + R(x)$$

Para x = 1:

$$4 - 3 + 5 + 1 - 7 = 0 \,.\, Q(1) + R(1)$$
$$0 = 0 + R(1)$$
$$\therefore\ R(1) = 0$$

Clave: B

Problema 107

Si al dividir:

$$(x^5 - 29x + 2a + 8) \div (x^2 + ax - 1)$$

se obtiene una división exacta. Halle: «*a*»

A) – 2 B) – 1 C) 1
D) 2 E) 3

Resolución:
La división exacta es:

$$\frac{x^5 - 29x + 2a + 8}{x^2 + ax - 1}$$

Según el método de Horner:

1	1	0	0	0	-29	(2a+8)
–a		-a	1			
1			a^2	-a		
				$-a^3$-a	a^2+1	
					a^4+2a^2	$-a^3$-2a
	1	-a	(a^2+1)	($-a^3$-2a)	0	0

En las columnas del residuo:

$$a^4 + 3a^2 - 28 = 0 \wedge a^3 - 8 = 0$$
$$\therefore\ a = 2$$

Clave: D

Problema 108

Si al efectuar la división:

$(2x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 1) \div d(x)$ se obtuvo por cociente a $2x^2 - x + 3$ y por resto a 5. Determine el divisor d(x).

A) $x^2 + x$ B) $x^2 + x + 2$
C) $x^2 + x - 2$ D) $x^2 - x - 2$
E) $x^2 - x + 2$

Resolución:
Se sabe que si al dividendo restamos el residuo, la división inexacta se transforma en exacta.
La división exacta es:

$$\frac{2x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 1 - 5}{2x^2 - x + 3}$$

$$\frac{2x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 6}{2x^2 - x + 3}$$

Observa que el resultado de la división será el polinomio buscado.

Según el método de Horner:

2	2	1	-2	5	-6
1		1	-3		
-3			1	-3	
				-2	6
	1	1	-2	0	0

$$\therefore\ d(x) \equiv x^2 + x - 2$$

Clave: C

Problema 109

Un polinomio P(x) de tercer grado, al dividirlo separadamente entre (x – 1), (x – 2) y (x – 3) da el mismo resto – 20 y al dividir P(x) entre (x – 4) el resto es 16.

Calcule el término independiente de x en P(x).

A) − 62 B) − 56 C) − 12
D) 15 E) 28

Resolución:

Del enunciado:

$P(x) \div (x-1) \rightarrow R(x) \equiv -20$

$P(x) \div (x-2) \rightarrow R(x) \equiv -20$

$P(x) \div (x-3) \rightarrow R(x) \equiv -20$

Por propiedad:

$P(x) \div [(x-1)(x-2)(x-3)] \rightarrow R(x) \equiv -20$

Por la fórmula de la división:

$P(x) \equiv (x-1)(x-2)(x-3)Q(x) - 20$

Como P(x) es de tercer grado Q(x) debe ser de grado cero, es decir debe ser un número distinto de cero.

$$P(x) \equiv (x-1)(x-2)(x-3)k - 20$$

Ahora se plantea la división:

$$\frac{(x-1)(x-2)(x-3)k-20}{x-4}$$

Por el teorema del resto:

$$x-4=0 \Rightarrow x=4$$

En el dividendo:

$P(x) \equiv (x-1)(x-2)(x-3)k - 20$

$R(x) \equiv (3)(2)(1)k - 20$

$R(x) \equiv 6k - 20$

Por condición:

$6k - 20 = 16$

$6k = 36$

$k = 6$

Ahora el polinomio será:

$P(x) \equiv (x-1)(x-2)(x-3).6 - 20$

$P(0) = -36 - 20$

$$\therefore\ P(0) = -56$$

Clave: B

Problema 110

Determine el resto de la división:

$$\left[\left(x^3+1\right)^8 - x^{39} + 9\right] \div \left(x^6+x^3+1\right)$$

A) $3x^4-1$ B) x^4+1 C) 9
D) 3 E) $x-1$

Resolución:

Se pide el resto de dividir:

$$\frac{(x^3+1)^8 - x^{39} + 9}{x^6+x^3+1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^6+x^3+1=0$$

$$x^3+1=-x^6$$

En el dividendo:

$D(x) \equiv (x^3+1)^8 - x^{39} + 9$

$R(x) \equiv (-x^6)^8 - x^{39} + 9$

$R(x) \equiv x^{48} - x^{39} + 9$

$R(x) \equiv x^{39}(x^9 - 1) + 9$

$R(x) \equiv x^{39}(x^3-1)(\underbrace{x^6+x^3+1}_{\text{Es cero}}) + 9$

$R(x) \equiv 0 + 9$

$$\therefore\ R(x) \equiv 9$$

Clave: C

Problema 111

Si el resto de efectuar la división $(12x^4+mx^3+nx^2+5x+p) \div (3x^2-5x-p)$ $p \neq 0$ es 6px. Determine la suma de los coeficientes del cociente.

A) 0 B) 3 C) 4
D) 9 E) 12



Resolución:

El resto de la división:

$$\frac{12x^4+mx^3+nx^2+5x+p}{3x^2-5x-p}$$

Es 6px, según el método de Horner.

3	12	m	n	5	p
5		20	4p		
p			5a	ap	
				5b	bp
	4	a	b	6p	0

Observa que:

$$a=\frac{m+20}{3}\wedge b=\frac{n+4p+5a}{3}$$

Se pide calcular:

$$E=4+a+b \qquad \ldots.(1)$$

En las columnas del residuo:

* $p+bp=0\Rightarrow bp=-p$

$$b=-1$$

* $5+ap+5b=6p$

$$5+ap-5=6p$$
$$ap=6p$$
$$a=6$$

Finalmente en (1) tenemos:

$$E=4+6-1$$
$$\therefore\ E\equiv 9$$

Clave: D

Problema 112

Calcule el resto de dividir el polinomio:

$$P(x)\equiv(x+1)^{15}+32x^5+x^3+3x^2+7$$

entre el polinomio.

$$d(x)\equiv x^3+3x^2+5x+1$$

A) $x+2$ B) $6x+5$ C) $3x+2$
D) $-5x+6$ E) $-2x+1$

Resolución:

Se pide el resto de dividir:

$$\frac{(x+1)^{15}+32x^5+x^3+3x^2+7}{x^3+3x^2+5x+1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^3+3x^2+5x+1=0$$
$$x^3+3x^2+3x+1=-2x$$
$$(x+1)^3=-2x$$

Observa también que:

$$x^3+3x^2=-5x-1$$

En el dividendo:

$$D(x)\equiv[(x+1)^3]^5+32x^5+(x^3+3x^2)+7$$

$$R(x)\equiv[-2x]^5+32x^5+(-5x-1)+7$$

$$R(x)\equiv-32x^5+32x^5-5x-1+7$$

$$\therefore\ R(x)\equiv-5x+6$$

Clave: D

Problema 113

Sea la división algebraica

$$(a^{500}-b^{750})\div(a^2-b^3),$$

¿cuántos términos del cociente poseen grado absoluto enteros cuadrados perfectos?

A) 5 B) 8 C) 11
D) 14 E) 17

Resolución:

La división notable es:

$$\frac{a^{500}-b^{750}}{a^2-b^3}$$

Por fórmula:

$$t_k=(a^2)^{250-k}(b^3)^{k-1}$$

$$[t_k]^\circ = 500 - 2k + 3k - 3$$

$$[t_k]^\circ = k + 497$$

Según la teoria:

$$1 \le k \le 250$$

$$498 \le k + 497 \le 747$$

$$22{,}3 \le \sqrt{k+497} \le 27{,}3$$

como en el intervalo existen cinco valores enteros, se afirma que en el cociente notable existen cinco términos cuyo grado absoluto es un cuadrado perfecto.

Clave: A

Problema 114

Si un término del cociente notable

$$\frac{(x^2+x)^\alpha - (x^2-1)^\alpha}{x+1} \text{ es:}$$

$x^5(x+1)^7(x-1)^2$, entonces el valor de α es:

A) 2 B) 4 C) 6

D) 8 E) 10

Resolución:

La división dada es:

$$\frac{(x^2+x)^\alpha - (x^2-1)^\alpha}{x+1}$$

$$\frac{(x^2+x)^\alpha - (x^2-1)^\alpha}{(x^2+x)-(x^2-1)}$$

Por fórmula general:

$$t_k = (x^2+x)^{\alpha-k}(x^2-1)^{k-1}$$

$$t_k = x^{\alpha-k}(x+1)^{\alpha-k}(x+1)^{k-1}(x-1)^{k-1}$$

$$t_k = x^{\alpha-k}(x+1)^{\alpha-1}(x-1)^{k-1}$$

Por condición tenemos:

$$\alpha - k = 5 \wedge \alpha - 1 = 7 \wedge k - 1 = 2$$

$$\Rightarrow \alpha = 8 \wedge k = 3$$

Clave: D

Problema 115

Si parte del desarrollo del cociente notable $\dfrac{x^{ka} + by^{kc}}{x^a + y^c}$ de variables x e y es

$$\ldots - x^{63}y^{15} + x^{56}y^{18} - \ldots$$

Calcule el valor de $E = abc + k$.

A) -21 B) -6 C) 16

D) 36 E) 42

Resolución:

La división notable es:

$$\frac{x^{ka} + by^{kc}}{x^a + y^c}$$

Donde según la teoria $b = 1$, con lo cual la división será:

$$\frac{x^{ka} + y^{kc}}{x^a + y^c}$$

Por condición dos términos sucesivos del cociente notable son:

$$\ldots\ldots - x^{63}y^{15} + x^{56}y^{18} - \ldots$$

$$\ldots\ldots - (x^7)^9(y^3)^5 + (x^7)^8(y^3)^6 - \ldots$$

De donde reconocemos que:

$$a = 7 \wedge c = 3 \wedge 8 + 6 = k - 1$$

$$a = 7 \wedge b = 1 \wedge c = 3 \wedge k = 15$$

$$\therefore \quad abc + k = 36$$

Clave: D

Problema 116

Determine el número de factores primos:

$$E(x;y) \equiv x^{12} - x^8y^4 - x^4y^8 + y^{12}$$

A) 2 B) 3 C) 4

D) 5 E) 6

Resolución:

Se tiene:

$E(x;y) \equiv x^{12} - x^8y^4 - x^4y^8 + y^{12}$

$E(x;y) \equiv x^8(x^4 - y^4) - y^8(x^4 - y^4)$

$E(x;y) \equiv (x^4 - y^4)\cdot(x^8 - y^8)$

$E(x;y) \equiv (x^4 - y^4)(x^4 - y^4)(x^4 + y^4)$

$E(x;y) \equiv (x^4 - y^4)^2(x^4 + y^4)$

$E(x;y) \equiv (x^2 + y^2)^2(x^2 - y^2)^2(x^4 + y^4)$

$E(x;y) \equiv (x^2 + y^2)^2(x + y)^2(x - y)^2(x^4 + y^4)$

$\therefore$ N° de factores primos = 4

Clave: C

Problema 117

Factorice el polinomio; variable $x \wedge y$:

$x^3 + y^3 + (x + y)(x - 1)(y - 1) + 2xy - 1$

De cómo respuesta la mayor suma de coeficientes de uno de sus factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

Resolución:

Se tiene:

$P(x;y) \equiv x^3 + y^3 + (x + y)(x - 1)(y - 1) + 2xy - 1$

$P(x;y) \equiv x^3 + y^3 + (x + y)(xy - x - y + 1) + 2xy - 1$

$P(x;y) \equiv x^3 + y^3 + xy(x + y) - (x + y)^2 + (x + y) + 2xy - 1$

$P(x;y) \equiv x^3 + y^3 + xy(x + y) - x^2 - y^2 + x + y - 1$

$P(x;y) \equiv (x + y)(x^2 + y^2) - (x^2 + y^2) + x + y - 1$

$P(x;y) \equiv (x^2 + y^2)(x + y - 1) + (x + y - 1)$

$P(x;y) \equiv (x + y - 1)(x^2 + y^2)$

$\therefore$ Mayor suma de coeficientes en un FP = 2

Clave: B

Problema 118

Determine la mayor suma de coeficientes que presenta uno de los factores primos del siguiente polinomio.

$F(a;b;c) \equiv abc + bc + 2b + 2ab - ac - c - 2a - 2$

A) 6 B) 4 C) 3

D) 2 E) 1

Resolución:

Se tiene:

$F(a;b;c) \equiv abc + bc + 2b + 2ab - ac - c - 2a - 2$

$F(a;b;c) \equiv (a + 1)bc + 2b(a + 1) - (a + 1)c - 2(a + 1)$

$F(a;b;c) \equiv (a + 1)(bc + 2b - c - 2)$

$F(a;b;c) \equiv (a + 1)[(c + 2)b - (c + 2)]$

$F(a;b;c) \equiv (a + 1)(c + 2)(b - 1)$

$\therefore$ Mayor suma de coeficientes en un fp = 3

Clave: C

Problema 119

Dado el polinomio:

$$P(x) \equiv (x^3 + x^2 + x + 1)^2 - x^3$$

Halle el factor primo de mayor suma de coeficientes.

A) $f(x) \equiv x^2 + x + 1$

B) $f(x) \equiv x^3 + x^2 + x + 1$

C) $f(x) \equiv x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

D) $f(x) \equiv x^5 + x^4 + x^2 + 1$

E) $f(x) \equiv x^4 + x^3 + x^2 - x + 1$

Resolución:

Se tiene:

$$P(x) \equiv (x^3 + x^2 + x + 1)^2 - x^3$$

E&M

Con el auxilio del cociente notable tenemos:

$$P(x)=\left(\frac{x^4-1}{x-1}\right)^2-x^3$$

$$P(x)\equiv\frac{(x^4-1)^2-x^3(x-1)^2}{(x-1)^2}$$

$$P(x)\equiv\frac{x^8-x^5-x^3+1}{(x-1)^2}$$

$$P(x)\equiv\frac{x^5(x^3-1)-(x^3-1)}{(x-1)^2}$$

$$P(x)\equiv\frac{(x^3-1)(x^5-1)}{(x-1)^2}$$

$$P(x)\equiv\frac{(x-1)(x^2+x+1)(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)}{(x-1)(x-1)}$$

$$P(x)\equiv(x^2+x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$$

$$\therefore\ \text{Factor pedido}=x^4+x^3+x^2+x+1$$

Clave: C

Problema 120

Determine uno de los factores luego de factorizar.

$$(a^2+2b^2)^4-(a^2-4b^2)^4-(6b^2)^4$$

A) $a+2b$ B) $a-b$ C) a^2+2b

D) a^2-2b E) a^2+2b^2

Resolución:

Se tiene:

$$P(a;b)\equiv(a^2+2b^2)^4-(a^2-4b^2)^4-(6b^2)^4$$

$$P(a;b)\equiv(a^2+2b^2)^4-(-a^2+4b^2)^4-(-6b^2)^4$$

Se sabe que si $x+y+z=0$

$$\Rightarrow x^4-y^4-z^4=2yz(2y^2+3yz+2z^2)$$

En el problema:

$$P(a;b)\equiv2(-a^2+4b^2)(-6b^2)(2a^4+2a^2b^2+32b^4)$$

$$P(a;b)\equiv24(a^2-4b^2)(b^2)(a^4+a^2b^2+16b^4)$$

$$\therefore P(a;b)\equiv24(a+2b)(a-2b)(b^2)(a^4+a^2b^2+16b^4)$$

Clave: A

Problema 121

Determine un factor de:

$$x^{m+a}+x^my^b+x^ay^n+y^{n+b}+z^px^a+z^py^b$$

A) x^a+y^n B) x^b+y^b

C) x^a+y^b D) x^m+y^n

E) x^m+z^p

Resolución:

Se tiene:

$$E=x^{m+a}+x^my^b+x^ay^n+y^{n+b}+z^px^a+z^py^b$$

$$E=x^m(x^a+y^b)+y^n(x^a+y^b)+z^p(x^a+y^b)$$

$$\therefore E=(x^a+y^b)(x^m+y^n+z^p)$$

Clave: C

Problema 122

Si al factorizar el siguiente polinomio mediante el método del aspa simple, se realiza lo siguiente:

$$8x^a+bx^2-(2+d)$$

cx^2	1
$4x^2$	d

Determine un factor primo.

A) $2x^2-1$ B) $2x^2+3$ C) $x+1$

D) $2x-1$ E) $2x+3$



Resolución:

Según el criterio $c=2 \wedge d=-1 \wedge a=4$

$$P(x) \equiv (2x^2+1)(4x^2-1)$$

$$\therefore\ P(x) \equiv (2x^2+1)(2x+1)(2x-1)$$

Clave: D

Problema 123

Determine la suma de coeficientes de un factor primo de:

$$P(x) \equiv x^6+4x^5-21x^4-20x^2-4$$

A) 1 B) 2 C) 6

D) 8 E) 10

Resolución:

Se tiene:

$$E(x) \equiv x^6+4x^5-21x^4-20x^2-4$$

$$\begin{array}{ccc} x^3 & 7x^2 & 2 \\ x^3 & -3x^2 & -2 \end{array}$$

$$E(x) \equiv (x^3+7x^2+2)(x^3-3x^2-2)$$

$$\therefore \sum \text{ de coeficientes de un fp} = 10 \vee -4$$

Clave: E

Problema 124

Determine la suma de coeficientes de un factor primo de:

$$P(x) \equiv (x^2+x-1)^2+(2x+1)^2$$

A) 1 B) 3 C) 4

D) 5 E) 6

Resolución:

Se tiene:

$$E(x) \equiv (x^2+x-1)^2+(2x+1)^2$$

$$E(x) \equiv x^4+2x^3+3x^2+2x+2$$

$$\begin{array}{ccc} x^2 & 2x & 2 \\ x^2 & 0x & 1 \end{array}$$

$$E(x) \equiv (x^2+2x+2)(x^2+1)$$

$$\therefore \sum \equiv \text{de coeficientes en un fp} = 5 \vee 2$$

Clave: D

Problema 125

Factorice:

$$P(x) \equiv x^7+x^5+x^3+x^2+x+1$$

Indicar la suma de coeficientes de uno de los factores primos.

A) 0 B) 3 C) 4

D) 5 E) 6

Resolución:

Se tiene:

$$P(x) \equiv x^7+x^5+x^3+x^2+x+1$$

$$P(x) \equiv x^3(x^4+x^2+1)+x^2+x+1$$

$$P(x) \equiv x^3(x^2+x+1)(x^2-x+1)+(x^2+x+1)$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)[x^3(x^2-x+1)+1]$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^5-x^4+x^3+1)$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^5+x^3-x^4+1)$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)[x^3(x^2+1)-(x^2+1)(x^2-1)]$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^2+1)(x^3-x^2+1)$$

$$\therefore \sum \text{ de coeficientes de un fp} = 3;2 \vee 1$$

Clave: B

E&M

Problema 126

Determine la suma de coeficientes de un factor de:

$$P(x) \equiv x^5 + 2x^3 + x - 1$$

A) 3 B) 4 C) 2
D) 5 E) −2

Resolución:
Se tiene:

$$P(x) \equiv x^5 + 2x^3 + x - 1$$

$$P(x) \equiv x^5 + x^3 + x^3 + x - 1$$

$$P(x) \equiv x^5 + x^4 + x^3 - x^4 - x^2 - 1 + x^3 + x^2 + x$$

$$P(x) \equiv x^3(x^2+x+1) - \underbrace{(x^4+x^2+1)}_{(x^2+x+1)(x^2-x+1)} + x(x^2+x+1)$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^3 - x^2 + x - 1 + x)$$

$$P(x) \equiv (x^2+x+1)(x^3 - x^2 + 2x - 1)$$

$$\therefore \sum \text{ de coeficientes de un } fp = 1 \vee 3$$

Clave: A

Problema 127

Determine el número de factores primos, luego de factorizar.

$$4(x^2+xy+y^2)^3 - 27(xy)^2(x^2+2xy+y^2)$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Resolución:
Se tiene:

$$E = 4(x^2+xy+y^2)^3 - 27(xy)^2(x^2+2xy+y^2)$$

Suponiendo que:

$$x^2+xy+y^2 = m \wedge xy = n$$

$$E = 4m^3 - 27n^2(m+n)$$

$$E = 4m^3 - 27n^2m - 27n^3$$

Según divisores binomicos:

	4	0	$-27n^2$	$-27n^3$
m=3n		12n	$36n^2$	$27n^3$
	4	12n	$9n^2$	0

$$E = (m-3n)(4m^2+12mn+9n^2)$$

$$E = (m-3n)(2m+3n)^2$$

Reponiendo las variables:

$$E = (x^2-2xy+y^2)(2x^2+5xy+2y^2)$$

$$\begin{matrix} 2x & & y \\ x & & 2y \end{matrix}$$

$$E = (x-y)^2(2x+y)(x+2y)$$

$$\therefore \text{ N° de } fp = 3$$

Clave: B

Problema 128

Sean los polinomios:

$$P(x) \equiv (x+4)(x^2 - ax + 4x - 4a)$$

$$Q(x) \equiv 2x^2 + 8x - bx - 4b$$

$$R(x) \equiv 2x^2 - 3x + 2cx - 3c$$

$$T(x) \equiv x^2 + 2cx + c^2$$

Si: MCM(P;Q) = MCD(P;Q). MCM(R;T)

Calcule: $(a+b+c)^{a+c}$

A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 4
D) 9 E) 16

Resolución:
Factorizando cada polinomio:

* $P(x) \equiv (x+4)(x^2 - ax + 4x - 4a)$

$P(x) \equiv (x+4)[x^2 - (a-4)x - 4a]$

$x \quad -a$
$x \quad 4$

$P(x) \equiv (x+4)(x-a)(x+4)$

$\Rightarrow P(x) \equiv (x+4)^2(x-a)$

* $Q(x) \equiv 2x^2 + 8x - bx - 4b$

$Q(x) \equiv 2x(x+4) - b(x+4)$

$\Rightarrow Q(x) \equiv (x+4)(2x-b)$

* $R(x) \equiv 2x^2 - 3x + 2cx - 3c$

$R(x) \equiv x(2x-3) + c(2x-3)$

$\Rightarrow R(x) \equiv (2x-3)(x+c)$

* $T(x) \equiv x^2 + 2cx + c^2$

$\Rightarrow T(x) \equiv (x+c)^2$

Según la teoria:

$MCM(P,Q) \equiv (x+4)^2(x-a)(2x-b)$

$MCD(P,Q) \equiv x+4$

$MCM(R,T) \equiv (x+c)^2(2x-3)$

Por condición:

$MCM(P,Q) \equiv MCD(P,Q).MCM(R,T)$

$(x+4)^2(x-a)(2x-b) \equiv (x+4)(x+c)^2(2x-3)$

Aquí reconocemos que:

$$a = -4 \wedge b = 3 \wedge c = 4$$

$$\therefore \ (a+b+c)^{a+c} = 1$$

Clave: B

Problema 129

Si el máximo común divisor de los polinomios.

$P(x) \equiv ax^2 - x - b$ y

$Q(x) \equiv bx^2 - 3x + a$

es $(x-1)$.

Halle el valor de ab.

A) 1 B) 2 C) 4
D) 6 E) 8

Resolución:
Según la teoria se plantea:

I. $P(1) = 0 \Leftrightarrow a - 1 - b = 0$
$a - b = 1$

II. $Q(1) = 0 \Leftrightarrow b - 3 + a = 0$
$a + b = 3$

De (I) y (II) reconocemos que:

$$a = 2 \wedge b = 1$$

$$\therefore \ ab = 2$$

Clave: B

Problema 130

Dados los polinomios:

$P(x) \equiv (x+3)[x^2 + (a-2)x - 2a]$

$Q(x) \equiv (x-2)[x^2 + (b+3)x + 3b]$

Sabiendo que el término independiente y el coeficiente de x^3 del resultado de efectuar $\dfrac{P(x)Q(x)}{MCD(P;Q)}$ son 120 y 2 respectivamente y $a \neq b$ son enteros diferentes.

Halle: $a^{-1} + b^{-1}$

A) $-\dfrac{1}{2}$ B) $-\dfrac{1}{20}$ C) 1

D) $\dfrac{1}{30}$ E) $\dfrac{1}{2}$

Resolución:

Los polinomios son:

* $P(x) \equiv (x+3)[x^2+(a-2)x-2a]$

  $P(x) \equiv (x+3)(x+a)(x-2)$

* $Q(x) \equiv (x-2)[x^2+(b+3)x+3b]$

  $Q(x) \equiv (x-2)(x+b)(x+3)$

Según la teoria:

$P(x).Q(x) \equiv MCM(P,Q) \cdot MCD(P,Q)$

De donde tenemos:

$$\frac{P(x) \cdot Q(x)}{MCD(P,Q)} \equiv MCM(P,Q)$$

Es decir:

$MCM(P,Q) \equiv (x+3)(x-2)(x+a)(x+b)$

Por condición:

$(3)(-2)(a)(b) = 120 \wedge 3-2+a+b=2$

$ab=-20 \wedge a+b=1$

Se pide calcular:

$$E = a^{-1}+b^{-1}$$

$$E = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$

$$E = \frac{a+b}{ab}$$

$$\therefore\ E = -\frac{1}{20}$$

Clave: B

Problema 131

Dados los polinomios:

$P(x;y) \equiv x^2y+xy-y^3-y^2$

$Q(x;y) \equiv x^2y-xy-y^3-y^2$

¿Qué característica presenta el MCD?

A) Es independiente de x
B) Es independiente de y
C) Es un factor cuadrático
D) En un factor binomio
E) Tiene dos factores primos

Resolución:

Se tiene:

* $P(x;y) \equiv x^2y+xy-y^3-y^2$

  $P(x;y) \equiv x^2y-y^3+xy-y^2$

  $P(x;y) \equiv y(x^2-y^2)+y(x-y)$

  $P(x;y) \equiv y(x+y)(x-y)+y(x-y)$

  $P(x;y) \equiv (x-y)[y(x+y)+y]$

$\Rightarrow P(x;y) \equiv (x-y)(x+y+1)y$

* $Q(x;y) \equiv x^2y-xy-y^3-y^2$

  $Q(x;y) \equiv x^2y-y^3-xy-y^2$

  $Q(x;y) \equiv y(x^2-y^2)-y(x+y)$

  $Q(x;y) \equiv y(x+y)(x-y)-y(x+y)$

  $Q(x;y) \equiv (x+y)[y(x-y)-y]$

$\Rightarrow Q(x;y) \equiv (x+y)(x-y-1)y$

$\therefore\ MCD(P,Q) \equiv y$

Clave: A

Problemas Propuestos



Problema 1

Simplificar:

$$\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+1}{x^2-\frac{1}{x}}-\frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$$

A) – 5 B) – 4 C) – 3
D) – 2 E) – 1

Problema 2

Indicar el equivalente de:

$$\left[\frac{\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{b-a}}{\frac{1}{b-a}-\frac{1}{b+a}}\right]\div\left[\frac{(a+b)^3-(a-b)^3}{(a+b)^2+(a-b)^2}\right]$$

A) b B) a C) 1
D) a + b E) a/b

Problema 3

Simplificar:

$$\frac{(x+2)^4+(x-2)^4+\left(x^2+4x-4\right)^2+\left(x^2-4x-4\right)^2}{\left(x^2+4x\right)^2+8x^2}$$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 6

Problema 4

Si a + b + c = 0. Indicar el equivalente de:

$$\frac{a^4+b^4+c^4}{\left(2a^3-b^3-c^3\right)\left(a^2+b^2+c^2\right)}$$

A) 3a B) 1/3a C) 1/3
D) 1/2b E) 1/3c

Problema 5

Reducir:

$$\left(1+\frac{x}{x+y+z}\right)^2+\left(1+\frac{y}{x+y+z}\right)^2+\left(1+\frac{z}{x+y+z}\right)-\frac{x^2+y^2+z^2}{(x+y+z)^2}$$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 4 E) 6

Problema 6

Si $x+y+z-2=x^3+y^3+z^3-8=1$

Calcular el valor de:

$$\frac{1}{3x+yz}+\frac{1}{3y+xz}+\frac{1}{3z+xy}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 6 E) 27

Problema 7

Reducir:

$$\frac{a+x}{x(x-y)(x-z)}+\frac{a+y}{y(y-x)(y-z)}+\frac{a-z}{z(z-x)(z-y)}$$

A) 0 B) 1/xyz C) a
D) a/xyz E) xyz

Problema 8

Simplificar:

$$\frac{x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3(x-y)}{x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)}$$

A) $x+y+z$ B) 0 C) $xy+xz+yz$
D) x E) 1

Problema 9

Si: $a+b+c=0$. Simplificar:

$$\frac{a^9+b^9+c^9-3a^3b^3c^3}{9abc}$$

A) $(a^2-bc)^3$ B) $(a+b)^6$ C) $(b+c)^6$
D) $(a+c)^6$ E) $(a^2+bc)^3$

Problema 10

Sabiendo que:

$$x=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$y=\frac{(a+c-b)(a+b-c)}{(a+c+b)(b+c-a)}$$

Encontrar el valor de: $(x+1)(y+1)$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) -1

Problema 11

Una fracción simple de:

$$\frac{5x^2+6x-5}{x^3+2x^2-x-2} \text{ es:}$$

A) $\frac{3}{x-1}$ B) $\frac{3}{x+1}$ C) $\frac{2}{x+2}$
D) $\frac{3}{x+1}$ E) $\frac{1}{x+1}$

Problema 12

Simplificar:

$$\frac{(x^2+6x+4)(x-4)^2+(x+3)^2}{(x+3)^2(x^2+6x+4)+1}$$

A) x^2+x+1 B) x^2-x-1
C) x^2-x+1 D) x^2+x-1
E) x^2+1

Problema 13

Si: $\frac{x}{b+c-a}=\frac{y}{c+a-b}=\frac{z}{a+b-c}$

¿Qué valor asume:

$$\frac{2(ax+by+cz)(x+y+z)}{x(y+z)+y(x+z)+z(x+y)}$$

A) $a+b+c$ B) $a+-c$ C) $b-a+c$
D) $b-a+c$ E) 1

Problema 14

Si se cumple que:

$$\frac{42-19x}{(x^2+1)(x-4)} <> \frac{ax+b}{x^2+1}+\frac{c}{x-4}$$

Proporcionar el valor de: "c – b"

A) 13 B) 9 C) 11
D) 14 E) 7

Problema 15

Reducir:

$$\frac{x+a+2}{2a}+\frac{x-a+2}{a(a-2)}+\frac{x+a-2}{2(2-a)}$$

A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

Problema 16

Calcular el valor de: a^2-b^2 si la fracción:

$\dfrac{(a+b)x+(a-b)y+1}{4x+2y+1}$ tiene un valor constante.

A) 7 B) 12 C) 3
D) 5 E) 8

Problema 17

¿Qué valor asume la expresión:

$$\frac{a^n}{2na^n-2nx}+\frac{b^n}{2nb^n-2nx}$$

Si se sustituye x por $\dfrac{a^n+b^n}{2}$?

A) 1 B) $\dfrac{n}{n+1}$ C) $\dfrac{n-1}{n+1}$

D) $\dfrac{n}{n-1}$ E) $\dfrac{1}{n}$

Problema 18

Al efectuar:

$$\frac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{x}{\cfrac{1}{1+\cfrac{x}{1-\cfrac{1}{x}}}}}}\div\frac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{x}{\cfrac{1}{1+\cfrac{x}{1+\cfrac{1}{x}}}}}}$$

Se obtiene:

A) 2 B) $\dfrac{x-1}{x+1}$ C) $\dfrac{x+2}{x-1}$

D) $\dfrac{2x}{x+2}$ E) $\dfrac{2(x-1)}{x+2}$

Problema 19

Indicar la fracción simple de mayor numerador de las fracciones de:

$$\frac{3x^3-8x^2+10}{(x-1)^4}$$

A) $\dfrac{3}{(x-1)^3}$ B) $\dfrac{5}{(x-1)^3}$ C) $-\dfrac{4}{(x-1)^2}$

D) $-\dfrac{7}{(x-1)^3}$ E) $\dfrac{5}{(x-1)^4}$

Problema 20

El numerador de una de las fracciones en las cuales se descompone la fracción:

$$\frac{2x^2-11x+5}{x^3-x^2-11x+15} \text{ es:}$$

A) 6 B) 2 C) 3I + 1
D) $3x$ E) $2x+1$

Problema 21

Calcular U + N + I de:

$$\frac{x^2+x+1}{x^3-x}=\frac{U}{x}+\frac{N}{x+1}+\frac{I}{x-1}$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) -1 E) 1

Problema 22

Reducir:

$$\frac{n}{n-\cfrac{n-1}{n-1+\cfrac{n-2}{n-2+\cfrac{n-3}{n-3+\ddots\;2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}}$$

A) $\dfrac{n^2+1}{n^3+1}$ B) $\dfrac{n^2-1}{n}$ C) $\dfrac{n-1}{n}$

D) $\dfrac{n+1}{n+2}$ E) $\dfrac{n+2}{n-1}$

Problema 23

Si: $\dfrac{a^2-bc}{a}+\dfrac{b^2-ac}{b}+\dfrac{c^2-ab}{c}=0$

Halle el valor de:

$$\frac{a}{a^2-bc}+\frac{b}{b^2-ac}+\frac{c}{c^2-ab}$$

A) 1 B) 0 C) abc
D) a + b + c E) 1/abc

Problema 24

Simplificar:

$$\frac{\left(1+x^2\right)^4+\left(1-x^4\right)^2}{\left(1+x^2+x^4\right)^2-x^4}$$

A) 2 B) 1/2 C) $\dfrac{x^2+1}{x^4+1}$

D) $\dfrac{1+x^2}{1-x^2}$ E) 1

Problema 25

El equivalente de:

$$\frac{\dfrac{1}{a-x}+\dfrac{x}{(a-x)^2}+\dfrac{x^2}{(a-x)^3}+\ldots+\dfrac{x^{2n-1}}{(a-x)^{2n}}}{\dfrac{1}{a-x}-\dfrac{x}{(a-x)^2}+\dfrac{x^2}{(a-x)^3}-\ldots-\dfrac{x^{2n-1}}{(a-x)^{2n}}}$$

es:

A) $\dfrac{a}{a-2x}$ B) $\dfrac{a}{2x-a}$ C) $\dfrac{a-2x}{a}$

D) $\dfrac{a}{2x-9}$ E) $\dfrac{a}{a-x}$

Problema 26

Si abc = 1, que valor asume:

$$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ac+c+1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 1/2 E) 1/3

Problema 27

Asumiendo que:

$$a^{-2}(bc-a)+b^{-2}(ac-b+c^2)(ab-c)=0$$

Proporcionar el equivalente de:

$$\frac{(ab)^3+(bc)^3+(ac)^3}{ab+bc+ac}$$

A) a + b + c B) abc C) 1

D) 1/abc E) $\dfrac{1}{a+b+c}$

Problema 28

Sabiendo que:

$$\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{b-a}+\frac{1}{b+a}=0$$

Indicar el valor de: $\dfrac{c+a}{a+b}+\dfrac{c+a}{b+c}$

A) 0 B) 1 C) – 1
D) 2 E) – 2

Problema 29

Simplificar:

$$\frac{(x-3)^4-x(x-6)(x-4)(x-2)+10x(6-x)+9}{(x+1)(x-5)\left(x^2-9\right)-(x-1)^2\left(x^2-2x\right)+19x(x-2)}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 30

Si la siguiente fracción:

$$\frac{(m+2n)x^2+\left(x^2+4mn\right)xy+(7m+6)y^2}{x^2+(m+n)xy+(2m+1)y^2}$$

Es independiente de $x \wedge y$. Calcular el valor de m – n

A) 1 B) – 1 C) 2
D) 3 E) 4



Problema 31

Si se cumple:

$$\begin{cases} \dfrac{x_1}{y_1}=\dfrac{x_2}{y_2}=\dfrac{x_3}{y_3}=\dfrac{x_4}{y_4} \\ y_1+y_2+x_3+x_4=67 \\ x_1+x_2+y_3+y_4=43 \\ x_1+x_2+x_3+x_4=88 \end{cases}$$

Calcular el valor de: $x_1+y_1+x_2+y_2$

A) 31 B) 33 C) 35
D) 37 E) 39

Problema 32

Si: $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=0$

Encontrar el valor de:

$$\frac{(a^2+bc)(b^2+ac)(c^2+ab)}{a^2b^2c^2}$$

A) 6 B) – 3 C) 2
D) – 1 E) 0

Problema 33

Si: $\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{b^2+c^2}{bc}+\frac{a^2+c^2}{ac}=-2$

Proporcionar el equivalente de:

$$\frac{(a+b+c)^6-(a^6+b^6+c^6)}{(ab)^3+(bc)^3+(ac)^3}$$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

Problema 34

Asumiendo que:

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+\frac{b}{c}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}+\frac{c}{a}=2\sqrt{2}$$

y además: $a+b+c=3-2\sqrt{2}$

Indicar el inverso multiplicativo de la siguiente expresión: $a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}$

A) $17-12\sqrt{2}$ B) $13+\sqrt{2}$ C) 1
D) $2-\sqrt{2}$ E) $5+7\sqrt{2}$

Problema 35

Si $a+b+c=0$, indique el equivalente de:

$$\frac{b-c}{a}\left(\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}\right)+\frac{c-a}{b}\left(\frac{a}{b-c}+\frac{c}{a-b}\right)+\frac{a-b}{c}\left(\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}\right)$$

A) abc B) – 6 C) 3
D) 6 E) 1

Problema 36

Proporcionar el equivalente de:

$$\frac{ab+a+n}{b+1}+\frac{bc+b+n}{c+1}+\frac{ac+c+n}{a+1}$$

Sabiendo que:

$$\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}+\frac{c}{c+1}=\frac{a+b+c}{n}$$

A) n B) 2n C) 3n
D) n/3 E) 6n

Problema 37

Sabiendo que:

$$x\neq y;\ x\neq z\wedge y\neq z \Rightarrow \frac{yz-x^2}{y+z}=\frac{xz-y^2}{x+z}$$

Luego ambas fracciones son iguales a:

A) $x-y+z$ B) $x-y-z$ C) $-x-y-z$
D) 0 E) $x+y+z$

Problema 38

Efectuar:

$$\left(1-\frac{12}{x+1}+\frac{60}{x+2}-\frac{60}{x+3}\right)\left(1+\frac{12}{x-1}-\frac{60}{x-2}+\frac{60}{x-3}\right)$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) – 1 E) 1

Problema 39

Si np es el valor constante de la fracción algebraica de variables $x \wedge y$.

$$\frac{mnxy(2n+(3p+1)x)+2ny^2}{ny(5nx^2-(m-1)y)+pxy}$$

Determine usted el valor de: $\frac{n^4(1-m)}{1+3p}$

A) 0.1 B) 0.2 C) 0.3

D) 0.4 E) 0.5

Problema 40

Al reducir:

$$(1+x)^{-1}+2(1+x^2)^{-1}+2^2(1+x^{2^2})^{-1}+...+2^n(1+x^{2^n})^{-1}$$

Obtenemos:

A) $2^{n+1}\left(1-x^{2^{n+1}}\right)^{-1}+(x-1)^{-1}$

B) $2^{n+1}\left(1+x^{2^{n+1}}\right)^{-1}+(x+1)^{-1}$

C) $2^{n+1}\left(1+x^{2^{n+1}}\right)^{-1}+(x-1)^{-1}$

D) $2^{n+1}\left(1-x^{2^{n+1}}\right)^{-1}-(x+1)^{-1}$

E) $2^{n+1}\left(1-x^{2^{n+1}}\right)^{-1}-(x-1)^{-1}$

Problema 41

El equivalente de:

$$\frac{x^3+3x^2+5x+15}{x^3+2x^2+5x+10}+\frac{x^4+x^3+3x^2+x-2}{x^4+2x^3+3x^2+4x-4}$$

es:

A) 1 B) $x+4$ C) 2

D) $\frac{x+4}{x+2}$ E) $\frac{1}{x+2}$

Problema 42

Al reducir:

$$\frac{1}{(x+y)(x+2y)}+\frac{1}{(x+2y)(x+3y)}+\frac{1}{(x+3y)(x+4y)}+...$$

"n" fracciones. Se obtiene:

A) $\frac{1}{(x-y)(x+2y)}$ B) $\frac{1}{(x-y)(x+ny)}$

C) $\frac{n}{(x-y)(x+ny+y)}$ D) $\frac{n}{x+ny+y}$

E) $\frac{ny}{(x+y)(x+ny+y)}$

Problema 43

Al descomponer la fracción: $\frac{9x-14}{6x^2+7x-3}$ en 2 fracciones parciales de numeradores: a y b, se observa que "a + b" es:

A) 1 B) – 3 C) – 2

D) 2 E) 3

Problema 44

Si la fracción: $\frac{x^2+5}{(x-1)(x^2-x)}$.

Se descomponen en 3 fracciones parciales.

¿Cuál es el valor del producto de todos los numeradores de estas fracciones?

A) 120 B) – 120 C) 110

D) – 110 E) 140

Problema 45

Halle el equivalente de:

$$\left(1+\frac{2x}{y+z}\right)\left(1+\frac{2y}{x+z}\right)\left(1+\frac{2z}{x+y}\right)$$

Sabiendo que:

$$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{x+z}+\frac{z}{x+y}+3=0$$

A) 1 B) – 1 C) – 8
D) 8 E) – 27

Problema 46

Sabiendo que:

$$P(x)\equiv\frac{(1-x)(y-x)}{y\left(1-y^2\right)}$$

$$Q(x)\equiv\frac{(1-x)\left(y^2-x\right)(y-x)}{y^3\left(1-y^3\right)}$$

Reducir: $P(y^3)+Q(y^3)+\frac{1-y^3}{1-y}$

A) 1 B) – 1 C) 0
D) 3 E) – 3

Problema 47

Si: $x-xy+y=1-z^2$. Halle el equivalente de:

$$\frac{x-1}{y-1}-\frac{(y-1)^2}{(y-1)^2-z^2}-\frac{(x+y)(x-1)}{x^2-z^2-1}$$

A) – 5 B) – 4 C) – 3
D) – 1 E) – 2

Problema 48

Proporcionar el valor de: "$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$" sabiendo que: $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$ son tres números reales y diferentes que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases}\alpha_1^3+\alpha_1 p+q=0\\ \alpha_2^3+\alpha_2 p+q=0\\ \alpha_3^3+\alpha_3 p+q=(\alpha_3-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_2)\end{cases}$$

A) – 1 B) 2 C) – 2
D) 1 E) 0

Problema 49

El cociente de dividir un polinomio de tercer grado entre $(2x-1)$ en (x^2+2x-3) y el resto de dividirlo entre $(2x+1)$ es 1. Determinar el resto que se obtiene al dividirlo entre $(2x-1)$

A) – 7 B) – 6,5 C) – 7,5
D) – 8 E) 6

Problema 50

Hallar el número del término del cociente notable de $\frac{x^{ak}-y^k}{x^a-y}$ si se sabe que los grados de los términos van disminuyendo de "2" en "2" y que el quinto término del desarrollo tiene por grado 40.

A) 17 B) 16 C) 15
D) 14 E) 13

Problema 51

Si un término del cociente notable que se otigina al dividir: $\frac{x^n-y^{n-\alpha}}{x^3y^{n-3}-y^{n+2}}$ es x^{12}

¿Qué valor adquiere: "n – α"?

A) 11 B) 22 C) 33
D) 44 E) 55

Problema 52

Proporcionar el residuo de dividir:

$$\frac{x^{72}-x^4+1}{x^{64}-x^{60}+x^{56}-x^{52}+...+1}$$

A) $1+3x^4$ B) $2-5x^3$ C) $1-2x^4$
D) $3-2x^2$ E) $3+4x^5$

Problema 53

Calcular el valor numérico del término central en el desarrollo de:

$\dfrac{(a+b)^{4p}-(a-b)^{4p}}{abp}$ siendo: $a=2\sqrt{7}$;

$b=3\sqrt{3}$. Además: $p=a^2+b^2$.

A) 1 B) 8 C) 16
D) 8p E) 16p

Problema 54

Proporcionar el grado del término central del cociente notable originado al dividir:

$$\frac{x^{6\alpha-3}-y^{8\alpha+3}}{x^{\alpha-1}-y^{\alpha+1}}$$

A) 21 B) 22 C) 23
D) 24 E) 25

Problema 55

Si un polinomio de grado (n + 1) se anula para: $x=-1, -2, -3, ..., -n$, tiene coeficiente del término de grado "n" igual a: $3(n^2+n)$ y con un término independiente igual a cero.
Determine el cociente que se obtiene al dividir:
P(x) entre $(x+1)(x+2)(x+3)\ldots(x+n)$

A) $6x$ B) $3x-1$ C) $6x+1$
D) $x-3$ E) x

Problema 56

Se tiene un polinomio mónico de sexto grado cuyo término independiente es 242 y que al dividirlo entre $(x-3)^5$ se obtiene como residuo $(6x-1)$. Encontrar el residuo de dividir dicho polinomio entre $(x-4)$

A) 13 B) 26 C) – 26
D) 14 E) 16

Problema 57

Al dividir el polinomio $P(x)$ entre $[(x+1)(x-2)]$ el resto es $(3x+2)$.
Hallar el término independiente del resto de dividir $P(x)$ entre $[(x+2)(x-1)]$ sabiendo que: $Q(x)$ es el cociente de esta división, tal que:

$$Q(2)-Q(-1)=0$$

A) 1 B) – 1 C) 2
D) – 2 E) 3

Problema 58

Dado el polinomio $P(x)$ si $[P(x)-5]$ es divisible por $(x+5)$ y $[(P(x)+5)]$ es divisible por $(x-5)$. ¿Cuál es el residuo de dividir $P(x)$ entre (x^2-25)?

A) 0 B) $x-2$ C) $3x$
D) $-x$ E) x

Problema 59

Halle el término central del cociente de:

$$\frac{x^{3n+9}+y^{6n+11}}{x^{n-1}+y^{2n-3}}$$

A) x^9y^{15} B) $x^{15}y^9$ C) $-x^8y^{17}$
D) $-x^{15}y^9$ E) $-x^9y^{15}$

Problema 60

Si el cociente notable de: $\dfrac{x^8-1}{x^m-1}$ tiene 4 términos, calcular:

$$m^9+m^8+m^7+...+m+1$$

A) 1111 B) 3333 C) 1023
D) 1043 E) 2047

Problema 61

Determine "n" en el cociente notable de:

$\dfrac{x^n-x^{-3n}}{x-x^{-3}}$ sabiendo que tiene únicamente

20 términos enteros y además "n" es el menor posible:

A) 81 B) 78 C) 80
D) 79 E) 77

Problema 62

Si el cociente notable adjunto tiene "k" términos en su desarrollo.

$$\frac{x^{9m}+y^{8n}}{x^{2n}+y^{4m}}$$

Determine "k"

A) 7 B) 15 C) 9
D) 11 E) 3

Problema 63

Calcular el valor numérico, del tercer término del cociente de:

$$\frac{x^{3^3}-3^{3^3}}{x^3-3^3} \text{ para } x=3$$

A) 3^{27} B) 3^{18} C) 3^{9}
D) 3^{24} E) 3^{12}

Problema 64

Determine el término central del cociente notable adjunto:

$$\frac{x^{100+a}+x^{-100+a}}{x^{10+a}-x^{a}}$$

A) x^{50} B) x^{-5} C) x^{45}
D) x^{-10} E) 1

Problema 65

Determine el resto en la siguiente división:

$$\frac{x^{105}-y^{63}}{x^5-y^3}$$

A) 1 B) 2 C) 0
D) 3 E) 4

Problema 66

Si en el desarrollo del siguiente cociente notable: $\frac{x^{3n}-y^{n}}{x^3-y}$ el término de lugar 8 contado a partir del extremo final tiene por grado 38 el número de términos que tiene el desarrollo es:

A) 51 B) 52 C) 25
D) 26 E) 62

Problema 67

Al efectuar el desarrollo de: $\frac{x^{45}-x^{-30}}{x^3-x^{-2}}$ el número de términos fraccionarios es:

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

Problema 68

Un polinomio mónico de tercer grado es divisible en forma separada, por $(x-2)$ y $(x-1)$ y al ser dividido por $(x-3)$ da como resto 20. Hallar su término constante.

A) 7 B) 10 C) 12
D) 14 E) 20

Problema 69

Indicar el coeficiente del término cuadrático de un polinomio P(x) de cuarto grado, si se sabe que sus respectivos coeficientes son números enteros consecutivos y además que 40 es el resto de dividir dicho polinomio entre $(x-1)$.

A) 2 B) 6 C) 4
D) 8 E) 10

Problema 70

Al dividir: $P(x)\equiv x^4+Ax^3+Bx^2+2x-1$ entre un polinomio de segundo grado se

obtuvo como cociente: x^2-1 y como resto: $2x+1$. El valor de "B"es:

A) 1 B) – 1 C) 0
D) – 2 E) 2

Problema 71

Proporcionar el resto de dividir:

$$\frac{(x-2)^{2013}+(x-3)^{2015}}{(x-2)(x-3)}$$

A) $x-5$ B) $2x+5$ C) $2x-5$
D) $x-2$ E) $x+2$

Problema 72

En la siguiente división:

$$\frac{6x^5+x^4-6x^3+(an+4)x^2+bmx+ab}{3x^3-x^2-x+2}$$

Calcular "a + b + m + n" si el resto es $ax^2+3x+14$, y además la suma de coeficientes del dividendo es 27.

A) 8 B) 6 C) 10
D) 22 E) 14

Problema 73

Calcular:

$N=\sqrt{\frac{A+C-5}{A-C}}$, si la división $\frac{x^{21}-Ax+C}{x^2-2x+1}$ es exacta.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

Problema 74

Halle la relación entre "m" y "p" en la siguiente división exacta:

$$\frac{x^5-(m^2+2n)x^3+m^3x+p-2n^3}{x^2+mx-n}$$

A) $p^2=2m^9$ B) $m^2=p^4$
C) $mp^2=9$ D) $p^2=4m^9$
E) $p^2=3m^6$

Problema 75

Calcular el valor numérico de:

$\sqrt[A+B]{(A+B)^2}$, si la división:

$(Ax^4+Bx-2)\div(x^2+x-1)$ es exacta.

A) 2 B) 1/2 C) 1/4
D) $\sqrt[3]{6}$ E) 1

Problema 76

Sabiendo que el polinomio:

x^7+Ax^2+Bx+C, es divisible por x^2+x+1.

Calcular: $N=\frac{A^2+B^2+1}{1+B\cdot C}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 77

Si: $F(x)=2x^5+(\sqrt{2}-2\sqrt{3})x^4+\sqrt{6}x^3+(3\sqrt{2}-\sqrt{3})x^2+2x+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

Calcular: $F(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

A) $2\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{3}$ C) 0
D) $\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{2}$

Problema 78

Al dividir: $\frac{8x^4+Nx^3+Tx^2+Ax+2}{2x^2+1}$ se obtiene un residuo que al ser elevado al cuadrado resulta idéntico al cociente obtenido.



¿Cuál es el máximo valor permisible para "T"?

A) 10 B) 12 C) 14
D) 8 E) 6

Problema 79

El residuo de dividir:

$$x^6+x^5-(m+3)x^4-(2m-5)x^3+(4-2m)x+5$$

entre x^2+1 es 15. ¿Cuál es el valor de "m"

A) – 12 B) – 13 C) – 14
D) – 15 E) – 16

Problema 80

Indicar el residuo de la siguiente división:

$$\frac{x^8-2x^4-4x^2+4\sqrt{3}-4}{x-\sqrt{1+\sqrt{3}}}$$

A) $12(1+\sqrt{3})$ B) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ C) $\sqrt{1+\sqrt{3}}$
D) 0 E) $12(1-\sqrt{3})$

Problema 81

Si: $x^n+py^n+qz^n$ es divisib le por: $x(x-ay)+bz(ay-x)$ entonces se puede afirmar que:

A) $\frac{p}{a^n}+\frac{q}{a^n}=ab$ B) $\frac{p}{a^n}+\frac{q}{b^n}=1$

C) $\frac{p}{a^n}+\frac{q}{b^n}=-1$ D) $\frac{p}{a^n}-\frac{q}{b^n}=-1$

Problema 82

En la división: $\frac{x^4+m}{x+m}$ indicar la suma de coeficientes del cociente sabiendo que dicha división es exacta $(m\in\mathbb{R}-\{0\})$.

A) – 3 B) – 1 C) 0
D) 4 E) – 4

Problema 83

Cierta división ha sifo efectuado mediante la regla de Paolo Ruffini

	N_1	N_2	N_3	N_4
k_1		k_2	k_3	k_4
	N_5	k_5	N_6	k_6

Luego se dan las afirmaciones:

I. $k_2\cdot k_1=k_3$

II. $N_3+k_5k_1=N_6$

III. $N_2+N_1k_1=k_5$

IV. $N_4+\left[N_3+(N_1k_1+N_3)k_1\right]k_1=k_6$

Sentencie usted con verdadero (V) o falso (F) según convenga.

A) FFVV B) FVFV C) FVVV
D) VVFV E) FVVF

Problema 84

Si: $x^{100}+ax+b$ es divisible por: $(x+1)^2$. Calcular la suma de cifras de "a + b"

A) 22 B) 32 C) 19
D) 29 E) 17

Problema 85

Que relación existe entre : a, b y m si la división:

$$\frac{a\left(x^{4a}\right)^m-b\left(x^b\right)^{4m}}{ax^2-b}$$ es exacta.

A) 2am = 2b + 1 B) 2am = 2bm +1
C) 2am = 2bm – 1 D) am = b
E) a + m = b

Problema 86

Encontrar el residuo de dividir:

$$\frac{x^{221}+5x^{11}+7}{x^2+x+1}$$

A) $2x-3$ B) $2x-7$ C) $x+5$
D) $x-1$ E) $1-6x$

Problema 87

Hallar el término independiente del cociente que resulta de dividir: $\dfrac{(x-1)^6(x-2)^5+1}{x-3}$

A) 30 B) 31 C) 32
D) 33 E) 34

Problema 88

Determinar el término independiente del cociente de dividir:

$$\frac{3x^{12}-4x^9-x^6+2x^3-1}{x^3+2}$$

A) 72 B) – 32 C) – 52
D) – 36 E) 74

Problema 89

¿Cuál es el residuo de la división:

$$\frac{2x^{21}-3x^{17}+2x^5-x+3}{x^2-x+1}?$$

A) $x+1$ B) 5 C) 0
D) $x-1$ E) 36

Problema 90

Calcular "T + A + N" si es exacta la división:

$\dfrac{6x^5-6x^4-13x^3-6x^2+Tx-A}{2x^2-2x-5}$ siendo "N" el término independiente del cociente.

A) 10 B) – 11 C) 12
D) 14 E) – 13

Problema 91

Al dividir: ax^5+2x^4-bx+2 entre $3x^3-x+1$. Se obtuvo por residuo: bx^2+c.

Calcular: $\dfrac{c-b}{2a}$

A) 3 B) 1/3 C) 2
D) 1/2 E) 4

Problema 92

Cuando el polinomio:

$8x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ se divide entre: $2x^2-x+1$ se obtiene un cociente cuyos coeficientes van disminuyendo de uno en uno a partir del primero y un residuo identico a $5x+1$.

Calcular: $E=\sqrt{a+b+c+d}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 93

Calcular "n – k" si la división:

$$\frac{nx^5+2(3+n)x^4+(12-n)x^3+(k-6)x^2+2kx+k}{x^2+2x-1}$$

da un cociente que evaluado para: $x=2$ es 39, además; $\{n,k\}\subset\mathbb{Z}^+$.

A) –6 B) – 3 C) 9
D) 5 E) 1

Problema 94

Calcular "n + k" sabiendo que en la división:

$$\frac{18x^4+18x^3-14x^2-3nx+7}{6x^2+2x-k+1}$$

El resto es: $4x+3$; $n,k\in\mathbb{Z}$

A) 5 B) 7 C) 9
D) 11 E) 13

Problema 95

Sabiendo que la división:

$$\frac{Cx^6-5x^4-Cx^3+Nx^2-Cx+A}{x^4-Tx^2-1};\ C\neq 0$$



es exacta. Calcular "N + T + A"

A) 11 B) 13 C) 9
D) 7 E) 15

Problema 96

Calcular: T = A + N + K, si la división:

$$\frac{2x^6-x^5-11x^4+Nx^2+Kx+A}{(x-1)(x^2-3)(x+1)}$$ es exacta.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 97

¿Qué valor debe tener "c" para que la siguiente división:

$$ax^6+(b-a)x^5+(c-a-2b)x^4+2(a+b-c)x^3+$$
$$(c-a-2b)x^2+(c-a+b)x+(a+c)$$

entre x^2-2x+1 sea exacta?

A) a + b B) a – b C) – a
D) 1 E) 0

Problema 98

Determine el cociente de dividir:

$$\frac{x^5+x^2-x+2}{x^3+x-1}$$

A) x^2+1 B) x^2-1 C) x^2-x-1
D) x^2-x+1 E) x^2+x+1

Problema 99

Si R(x) es el residuo de dividir:

$$\frac{x^4+2x-7}{x^2-x-1}$$

Calcular R(–1)

A) 0 B) – 2 C) – 7
D) – 10 E) – 12

Problema 100

Calcular m.n si la división:

$$\frac{2x^4+x^3+mx-n}{x^2+x+1}$$ es exacta.

A) 2 B) 1 C) – 2
D) – 1 E) 3

Problema 101

Si $R(x)\equiv 5x-2$ es el resto de dividir:

$$\frac{x^4-x^2+ax+b}{x^2-x+1}$$ calcular "a + b"

A) 1 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

Problema 102

Determine el resto de dividir:

$$\frac{x^{50}+8x^{47}-2x+1}{x+2}$$

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

Problema 103

¿Cuántos factores tiene el polinomio?

$$P(x)\equiv x^{3^{21}}+x^{3^{20}}-3(x^2)^{3^{20}}-1?$$

A) 2^{19} B) 3^{19} C) 4^{21}
D) 4^{19} E) 4^{20}

Problema 104

Determinar el número de factores primos del polinomio:

$$P(x)\equiv x^7+8x^6+17x^5+9x^5+9x^3+17x^2+8x+1$$

A) 6 B) 5 C) 4
D) 3 E) 2

Problema 105

Reconocer un factor del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv x^{25} + x^{20} + 1$$

A) $x^{10} + x^5 + 1$ B) $x^{10} - x^5 + 1$

C) $x^{15} + x^5 - 1$ D) $x^{15} + x^{10} + 1$

E) $x^{15} + x^5 + 1$

Problema 106

Un factor de:

$P(x; y) \equiv 6x^2 + 13xy + 5y^2 + 3y - x - 2$ es:

A) $2x + y + 1$ B) $2x + y - 1$

C) $3x + y + 1$ D) $2x + y + 2$

E) $x + y - 1$

Problema 107

¿Cuántos factores primos tiene el polinomio:

$$P(x) \equiv x^{10} + x^8 + 1 ?$$

A) 2 B) 3 C) 4

D) 5 E) 10

Problema 108

Calcular la suma de coeficientes de un factor primo del polinomio

$$P(x) \equiv x^{13} + 2x^8 - x^7 + 2x^2 + 4$$

A) 2 B) 3 C) 5

D) 6 E) 8

Problema 109

Dada la condición:

$$\frac{(x^2 - 1) + (b+1)(c+1)}{(x^2 - 1) + (b-1)(c-1)} = \frac{a-1}{a+1}$$

Calcular el valor de:

$$\frac{(x-a)(x-b)(x-c)}{(x+a)+(x+b)(x+c)}$$

A) 1 B) – 1 C) 8

D) – 8 E) 3

Problema 110

Si: $\dfrac{(y-x)^3}{y^3 - x^3} + \dfrac{(y-z)^3}{y^3 - z^3} + \dfrac{(y-z)^3}{x^3 - z^3} = 27$

Proporcionar el valor de:

$$\frac{(x+y)^2}{(x+y)^2 - xy} + \frac{(y-z)^2}{(y+z)^2 - yz} + \frac{(z+x)^2}{(z+x)^2 - zx}$$

A) 11/3 B) 13 C) – 5

D) – 13 E) 5

Problema 111

Si $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ se cumple:

$$F(n) = x^n - \frac{F(n-1)}{x}$$

Hallese en forma explícita: F(1999) que: F (0) = 1

A) $x^{-1999}(x^2+1)^{-1}(x^{4000}-1)$

B) $x^{-1999}(x^2+1)^{-1}(x^{4000}+1)$

C) $x^{-1999}(x^2-1)^{-1}(x^{4000}+1)$

D) $x^{-1999}(x^2-1)^{-1}(x^{4000}-1)$

E) $x^{-1999}(x^2-1)^{-1}(x^{2000}-1)$

Problema 112

Si R(x) es el residuo de dividir:

$\dfrac{(x^3 + x - 1)(x-2)^{19}}{(x^2 - 4)(x-2)^{17}}$ calcular R(1)

A) 24 B) 30 C) 36

D) 40 E) 44

Problema 113

Si p es un polinomio mónico de cuarto grado que satisface las condiciones:

$P(x) \equiv (x-1)q(x)+4$

$P(x) \equiv (x+1)^2 q_1(x)+x-1$

$P(x) \equiv (x+2)^2 q_2(x)+1$

Determine el resto de dividir:

$$P(x) \div (x-2)$$

A) 35 B) 36 C) 37
D) 38 E) 39

Problema 114

Al dividir un polinomio P(x) entre (x^2+1) se obtiene como residuo (5x + 5) y al dividirlo entre (x^2-2) el residuo es $(2-x)$. Determine el residuo de dividir P(x) entre (x^2-3x+2)

A) $-18x-14$ B) $-14x-18$
C) $-14x+18$ D) $18x-14$
E) $-18x+14$

Problema 115

Determine el residuo de dividir:

$$\frac{ax^{3a}+bx^{3b+1}+cx^{3c+2}}{x^2+x+1}$$

A) $(a-b)x+b-c$
B) $(b-c)x+a-c$
C) $(c-a)x+a-b$
D) $(a-b)x+c-a$
E) $(b-c)x+a-b$

Problema 116

Un polinomio P(x) de tercer grado es divisible por $(x+2)$ y también por $(2x+3)$, además la suma de los coeficientes es 45 y su coeficiente principal es 2.

Determine el coeficiente del término lineal.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 20

Problema 117

Si $5x+2$ es el residuo de dividir

$$(x^4-ax^3+bx+c)\div(x^2+1)$$

Calcular a + b + c

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 9

Problema 118

Determine el número de términos del cociente notable de dividir $\dfrac{x^{2n}-y^n}{x^{2m}-y^m}$, sabiendo que el tercer término es $x^{16}y^4$.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

Problema 119

Determine el sexto término del cociente notable de dividir:

$$(x^{12m-4}-y^{9m-3})\div(x^{m-3}+y^{m-4})$$

A) $x^{15}y^{56}$ B) $-x^{56}y^{15}$
C) $x^{14}y^5$ D) $-x^5y^{14}$
E) $-x^{24}y^{12}$

Problema 120

Determinar el término idéntico en los desarrollos de:

$$\frac{x^{125}-y^{150}}{x^5-y^6} \text{ y } \frac{x^{170}-y^{102}}{x^5-y^3}$$

A) $x^{75}y^{54}$ B) $-x^{56}y^{15}$

C) $x^{14}y^5$ D) $-x^5y^{14}$

E) $-x^{24}y^{12}$

Problema 121

Si factorizamos en Q al siguiente polinomio:

$P(x) \equiv x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 6$, un factor es:

A) $x^2 - x + 2$ B) $x^2 + 2x + 3$

C) $x^2 + x - 2$ D) $x^2 + 2x - 3$

E) $x^2 - 2x + 3$

Problema 122

Respecto a $F(a) = a(x + a)(x^2 - ax + a^2)$

Coloque correcto (c) o incorrecto (i) según correspondan en:

( ) El término independiente de un factor primo es "a"

( ) La suma de coeficientes de un factor primo es "x + 1"

( ) Solo admite un factor primo lineal

A) cci B) iic C) icc
D) cic E) ici

Problema 123

Si luego de factoriza:

$$F(x) \equiv 25x^2 - 97x - 12$$

Se obtiene como suma de factores primos "$mx + n$". Calcular: "$m^n + n^m$".

A) 26/27 B) 27/26 C) 25/24
D) 24/25 E) 3/4

Problema 124

Determine el valor numérico de un factor primo de $Q(x)$ para $x = -1$ siendo:

$$Q(x) \equiv (x+3)^2 + (x-3)^2 - 13x$$

A) 11 B) – 11 C) 3
D) – 3 E) – 11 ó – 3

Problema 125

Indicar el número de factores del siguiente polinomio:

$$P(x; y; z) \equiv xy^6 - 5x^2y^5 - 4x^3y^4 + 20x^4y^3$$

A) 10 B) 2 C) 3
D) 5 E) 4

Problema 126

Mostrar uno de los factores del siguiente polinomio:

$$P(x; y; z) \equiv x(x^2 - y^2 + xz) - y^2z$$

A) $y + z$ B) $x + 1$ C) $y - 1$
D) $x + z$ E) $y - z$

Problema 127

Si luego de factorizar:

$$(x-1)(x^2+x+1) + (1-y)(1+y+y^2)$$

a un factor primo se le agrega $-3xy$, se obtiene:

A) $(x+y)^2$ B) $(x-y)$

C) $(x+2y)^2$ D) $(x-y)^2$

E) $(x+2y^2)$

Problema 128

Determinar el número de factores primos del polinomio:

$$P(a; b) \equiv a^3 - ab^2 + a^2b - b^3 + a^2 - b^2$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 129

Sea: $F(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6$



Determine la suma de los factores primos de F(– x)

A) $3(x+2)$ B) $3(x-2)$ C) $3x+5$
D) $3x-5$ E) $3x+4$

Problema 130

Indicar el número de factores primos lineales de:

$$P(x;y;z) \equiv (xz-3y)^2-(xy-3z)^2$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) No existen tales factores

Problema 131

Calcular la suma de los factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv x^7+x^6-x^5-x^4-x^3-x^2+x+1$$

A) $3x+1$ B) $3x-1$
C) x^2+2 D) x^2-3x+1
E) x^2+2x+1

Problema 132

¿Cuántos factores primos presenta el polinomio

$$P(x) \equiv 20x^4+31x^2-9\,?$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 133

Determinar la suma de los factores primos del polinomio:

$$P(x;y;z) \equiv x^2+x-y^2+y-z^2-z+2yz$$

A) $2x+1$ B) $x+y+z$
C) $x+2y+z$ D) $x-y-z$
E) x

Problema 134

Indicar la suma de los factores primos de:

$$P(x;y;w;z) \equiv w^2-z^2-x^2-y^2+2wx-2yz$$

A) $2(x+y)$ B) $2(x+z)$
C) $2(w+x)$ D) $2(w-x)$
E) $2(z-y)$

Problema 135

Mostrar un factor de:

$$P(x;yz) \equiv 64x^{12}y^{13}-68x^6y^7+4x^4y^{11}$$

A) x^2+1 B) y^2+1 C) x^2+y^2
D) $2x-1$ E) $2\quad+1$

Problema 136

Reconocer al factor simple de:

$$P(x;y) \equiv (x+y)^2(x-y+1)+(y-x)^2(y-x-1)$$

A) $x+y$ B) $x-y$ C) $x-y+1$
D) $x-y-1$ E) x^2+y^2

Problema 137

Reconocer al factor simple de:

$$P(x;y) \equiv x^5y^2-x^3-x^4y^3+x^2y+x^2y^5-y^3 - x^3y^4+xy^2$$

A) x^2-y B) $x-y^2$ C) x^2-1
D) $xy-1$ E) y^2+1

Problema 138

Mostrar uno de los factores primos del polinomio:

$$P(m;n) \equiv m(m^2+nm-1)-n(n^2+mn-1)$$

A) m – n B) n – 1 C) m – 1
D) m + n – 1 E) m^2+1

Problema 139

Reconocer un factor primo del polinomio:

$$P(x;y) \equiv x(x-2y)^3 + y(2x-y)^3$$

A) $x + 2y$ B) $2x + y$ C) $x - y$
D) $x + y$ E) Más de una es correcta

Problema 140

Indicar un factor primo de:

$$P(x;y) \equiv (x+y)^3 + 3xy(1-x-y) - 1$$

A) $x - y - 1$ B) $x + y + 1$
C) $x - y + 1$ D) $x + y - 1$
E) $x^2 - xy + y^2$

Problema 141

Determinar la suma de los términos lineales de los factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv (x+1)(x+3)(x-5)(x-7) + 28$$

A) $-6x$ B) $-8x$ C) $-10x$
D) $4x$ E) $6x$

Problema 142

Determinar el número de factores primos de:

$$P(x) \equiv x^4 - 13x^2 + 36$$

A) 4 B) 8 C) 16
D) 32 E) 2

Problema 143

Indicar el número de factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv x^{16} + 15x^8 - 16$$

A) 4 B) 6 C) 5
D) 9 E) 16

Problema 144

Mostrar el MCD de los polinomios:

$$P(x) \equiv x^4 - 1$$

$$Q(x) \equiv x^2 - 3x + 2$$

A) $x + 1$ B) $x - 1$ C) $x^2 + 1$
D) $x - 2$ E) $x + 2$

Problema 145

Determinar el MCM de los polinomio:

$$P(x) \equiv x^2 - 4x + 3$$

$$Q(x) \equiv x^2 + 4x + 3$$

$$F(x) \equiv x^4 - 10x^2 + 9$$

$$R(x) \equiv x^3 + x^2 - 9x^2 - 9$$

A) $(x^2-9)(x^4-1)$ B) $(x^2-9)(x^2-1)$
C) $(x^2-9)(x+1)$ D) $(x^2-9)(x^2+1)$
E) $(x^2+9)(x^2+1)$

Problema 146

Columna A

El valor numérico del MCD de los polinomios:

$$P(x) \equiv x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$Q(x) \equiv x^3 - x$$

sabiendo que $x \in \mathbb{R}^+$.

Columna B

El valor numérico del MCD de los polinomios:

$$R(x) \equiv x^3 - 2x + 1$$

$$M(x) \equiv x^2 - 4x + 3$$

sabiendo que $x \in \mathbb{R}^+$

A) A es mayor que B
B) A es menor que B
C) A es igual que B
D) ¡No utilizar esta opción!
E) No se puede determinar

Problema 147

Determinar la suma de los coeficientes del factor primo de menor grado del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv x^5 + x^4 + 1$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 148

Determinar el número de factores primos de:

$$P(x;y) \equiv (x+y)^2(x^2-y^2)^2 - (x-y)^2(x^2+y^2)^2$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 149

Si: $x^4 + 4 \equiv (x^2 + mx + p)(x^2 + nx + q)$

Calcular "$m^n \cdot p^q$", siendo: $n < 0$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 150

Indicar el número de factores primos de:

$$x^3yz + 2x^2y^2z - x^2yz^2 + xy^3z - xy^2z^2$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 151

Un factor de:

$$P(x) \equiv (x^6-1)(x^4-x^2+1) - 3x^2(x^3+x^2)(x-1)$$

es:

A) $x+1$ B) $x-1$ C) x^2-1
D) x^2+1 E) Todas las anteriores

Problema 152

Indicar un factor primo de:

$$x^3+y^3+z^3+x(y^2+z^2)+y(z^2+x^2)+z(x^2+y^2)$$

A) $x+y+z$ B) $xy+xz+yz$
C) $x^2+y^2+z^2$ D) x^2+yz
E) Más de una es correcta

Problema 153

Indicar el número de factores primos de:

$$P(x;y) \equiv (x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)^2 - x^4y^4$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 154

Determinar el número de factores primos del polinomio:

$$P(a,b) \equiv a^{10} - b^8a^2 + a^9b - ab^9 + a^8b^2 - b^{10}$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 155

Un factor de:

$$P(x;y;z;w) \equiv w^2x^2 - 8wzx + 16z^2 - 25y^2$$

A) $wx-4z+y$ B) $wx-z+5y$
C) $x-wz$ D) $wx-4z+5y$
E) $wx+4z-5y$

Problema 156

Luego de factorizar en $\mathbb{Z}$ al polinomio:

$$P(x) \equiv x^8 + x^4 + x^2 - 1$$

Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Tiene un factor primo cuadrático
II. Tiene sólo dos factores primos.
III. Tiene dos factores cúbicos.

A) VFF B) VFV C) FFF
D) VVF E) VVV

Problema 157

Un factor de:

$$P(x) \equiv 2x^6 + x^5 - 6x^4 + 7x^2 - 2$$

A) $(x^2+1)^2$ B) $x-1$
C) x^2+x+1 D) $2x^3-3x^2+2$
E) x^2-x-1

Problema 158

Un factor de:

$$P(x;y) \equiv 10x^4 - 17x^2y - 20y^2 + 13x^2 + 17y - 3$$

A) $5x^2-xy+1$ B) $5x^2-4y+3$
C) $5x^2+4y-1$ D) $2x^2-4y-1$
E) x^2-y-3

Problema 159

Reconocer a uno de los factores primos cuadráticos de:

$$P(x) \equiv x^8 - 4x^6 - x^6 + 4$$

A) x^2+1 B) x^2-x-1 C) x^2+2
D) x^2+x+2 E) x^2+x+1

Problema 160

Indique la suma de términos independientes de los factores primos:

$$P(x;y) \equiv (x+1)(x+4) - 9y(y-1)$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 161

Al factorizar:

$$P(x;y) \equiv abx^2 - bcxy - dcy^2 + adxy$$

Indicar la suma de coeficientes de un factor primo:

A) 2 B) a + b C) – 1
D) c – d E) b + d

Problema 162

Determinar el número de factores primos de:

$$P(x) \equiv x^4 - 13x^3 + 60x^2 - 116x + 80$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

Problema 163

¿Cuántos factores primos lineales presenta el polinomio

$$P(x) \equiv x^6 - 9x^4 - 16x^2 + 144\,?$$

A) 3 B) 1 C) 6
D) 4 E) 2

Problema 164

Si un factor de $P(x)$ tiene la forma: ax^2+bx+c $(a>1)$, calcular "a + b + c", siendo:

$$P(x) \equiv x^4 + +6x^3 + 7x^2 + 6x + 1$$

A) 2 B) 7 C) 4
D) 3 E) 8

Problema 165

Reconocer un factor primo de:

$$P(m;n) \equiv m^2(m-n)^2 - 14mn^2(m-n) + 24n^4$$

A) m+ 4n B) m – 3n C) m + 2n
D) m – n E) m – 4n



Problema 166

Indicar el número de factores primos de coeficientes enteros del polinomio:

$$P(x) \equiv x^{12} - 17x^6 - -36x^3 - 20$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 167

Indicar un factor primo de:

$$P(a;b) \equiv a^8 + b^8 + 4a^2b^8(a^4 + b^4) - 10a^4b^4$$

A) $a^4 + 2a^2b^2 - b^4$ B) $a + 2b^2$
C) $a + b$ D) $(a-b)^2$)
E) $a^4 + b^4 - 6a^2b^2$

Problema 168

Indicar el número de factores primos de:

$$P(x;y;z) \equiv (x^2 - y^2)(z^3 - x^3) - (z^2 - x^2)$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 169

Al factorizar:

$$P(x) \equiv x^4 + 2x^3 - 17x^2 - 18x + 72$$

Indicar la suma de los términos independientes de sus factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 7 E) 8

Problema 170

Indicar el factor primo de mayor suma de coeficientes del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv x^4 + 10x^2 - 21x + 2x^3 - 30$$

A) $x^2 + 15$ B) $x^2 + 20$
C) $x(x+3)+15$ D) $x(x+2)+30$
E) $x(x+4)+15$

Problema 171

Luego de factorizar al polinomio

$$6x^3y^4z + 15x^2y^4z^2 - 4x^2y^3z + 5xy^3z^2 - 2xy^2z$$

Marcar verdadero (V) o falso (F)

I. Tiene seis factores primos
II. Un factor es: $2xy + 5yz - 2$
III. Sólo tiene tres factores
IV. Un factor es: $3xy - 1$

A) FFVV B) VVFV C) VFVF
D) FVFF E) VVFF

Problema 172

¿Cuántos factores mónicos presenta el polinomio:

$$P(x) \equiv 3 - x(11x^2 + 1) + x^2(6x^2 - 21)$$

A) 2 B) 0 C) 1
D) 3 E) 4

Problema 173

Luego de factorizar al polinomio:

$$P(x;y) \equiv 3(x-2y-5)^2 - 2(x-2y) + 5$$

Indicar el cociente de los términos independientes de los factores primos obtenidos.

A) 20 B) 5 C) 4
D) 8 E) 3

Problema 174

Indicar la suma de los factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv 3x^3 - 31x^2 + 85x - m$$

sabiendo que: $P(3^{-1}) = 0$.

A) $7x - 2$ B) $5x - 6$ C) $7x - 5$
D) $3x - 1$ E) $4x - 6$

Problema 175

Luego de factorizar la suma de los factores primos de:

$P(x;y) \equiv (ax+by)(ay+bx)-(ax+by-ay-bx)-1$

un factor es:

A) $ay+bx-1$ B) $a+b$
C) $a+x$ D) $b+y$
E) $x-y$

Problema 176

Mostrar el MCD de los polinomios:

$P(x) \equiv 2x^3-x^2-x-3$

$Q(x) \equiv 2x^4+7x^3+8x^2+6x+1$

$R(x) \equiv 6x^5+17x^4+23x^3+18x^2+7x+1$

A) x^2-x+1 B) x^2+x+1
C) x^2+1 D) $x+1$
E) $x-1$

Problema 177

El MCD y el MCM de dos polinomios son:

x^2+3x+2 y $(x+5)(x+1)(x+2)(x+3)$

respectivamente si uno de los polinomios es: $(x+1)(x+2)(x+3)$. Determinar el otro indicando la suma de los coeficientes.

A) 30 B) 36 C) 40
D) 42 E) 45

Problema 178

Sabiendo que $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios mónicos de tercer grado cuyo MCD es (x^2-n^2).
donde:

$P(0)=n^3;\ Q(0)=0 \wedge Q(3)=120;(n>0)$

Calcular un equivalente de: $\dfrac{MCM}{MCD}$

A) x^2-7x+6 B) x^2+14x
C) x^2-7x D) x^2+7x
E) x^2+28x

Problema 179

Si: $P(x) \equiv (x+3)\left[x^2+(a-2)x-2a\right]$

$Q(x) \equiv (x-2)\left[x^2+(b+3)x-3b\right]$

Donde el término independiente del MCM es 120 y el coeficiente de x^3 al efectuar:

$\dfrac{P(x)\cdot Q(x)}{MCD}$ es 2

Calcular "$a^{-1}+b^{-1}$"; $a \neq b$

A) 0,01 B) – 0,02 C) 0,04
D) – 0,05 E) 0,20

Problema 180

Calcular F(1), donde:

$$F(x)=\frac{MCM(P;Q;R)}{MCD(P;Q;R)}$$

siendo:

$P(x) \equiv x^5+x^4+x^2+x+2$

$Q(x) \equiv 3x^3+x^2+x-2$

$R(x) \equiv x^5+x^4+1$

A) 4 B) 2 C) – 2
D) 1 E) 0

Problema 181

Un factor de:

$P(x;y) \equiv (a+b)^2x^2+(a-b)^2y^2+2(a^2+b^2)xy$



A) $(a+b)x+(a-b)y$
B) $(a+b)x-(a-b)y$
C) $ax+by$
D) $(a+b)^2x+(a-b)^2y$
E) $x-y$

Problema 182

Indicar la suma de los coeficientes de uno de los factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv 36x^3-216x^2+395x-200$$

A) -6 B) 1 C) -2
D) -4 E) 2

Problema 183

Siendo:

$$P(x;y) \equiv 4(x^2-y^2)(x+y)^2+6(x^2-y^2)^2$$

$$Q(x;y) \equiv 4(x^2-y^2)(x-y)^2+(x-y)^4$$

reconocer un factor de: [P +Q] $(x;y)$

A) x^2+xy+y^2 B) $x+y$
C) $x+3y$ D) $x+xy+y$
E) $3x+y$

Problema 184

Indicar un factor primo de:

$$P(x;y) \equiv a+bx^2+cy^2+dy+exy+3x$$

siendo a, b, c, d $\wedge$ e enteros consecutivos cuya suma es 15.

A) $x+2y+1$ B) $2x+3y+1$
C) $2x+y+1$ D) $x+3y+2$
E) $x+y+2$

Problema 185

Reconocer al factor primo cuadrático de:

$$P(x) \equiv (x+1)^2(x^2+2x+2)+1$$

A) x^2-2x-1 B) x^2-x+1
C) x^2+3x+3 D) x^2+2x-1
E) x^2+x-1

Problema 186

Reconocer un factor de:

$$P(x) \equiv (1+x+x^2+x^3)^2-x^3$$

A) x^2+x-1
B) x^2-x+1
C) $x^2+x^2+x^4+x+1$
D) x^3+x+1
E) x^3+x^2+1

Problema 187

Indicar la suma de los factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x) \equiv (x-1)^3-21x+41$$

A) $(3x-1)$ B) $3(x-1)$ C) $3(x+1)$
D) x E) $3x-2$

Problema 188

Indicar el número de factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv (x^2+1)(x^2-4)-x(1-x^2)+6$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 189

¿Cuántos factores primos tiene el polinomio:

$$P(x) \equiv x^{10}+x^8+x^6+x^4+x^2+1$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 190

Indicar el valor numérico de uno de los factores del polinomio:

$$P(x) \equiv x^{72} - x^{40} + 4x^{36} + 4$$

cuando $x = 1$

A) 1 B) 0 C) 3
D) 4 E) 8

Problema 191

Indicar el número de factores cúbicos de:

$$P(x) \equiv x^6(x^4+2) + x^2 - 1$$

A) 3 B) 2 C) 1
D) 8 E) 6

Problema 192

Reconocer un factor de:

$$P(x) \equiv (x^2+x-1)^2 + (2x+1)^2 + x^6 + 1$$

A) $x+1$ B) x^4+x+3
C) x^2+2 D) x^2+2x+3
E) x^4+2x+3

Problema 193

Indicar el número de factores primos lineales de:

$$P(x) \equiv x^5 + x^4 + 2x^3 - 1$$

A) x^2+x+1 B) x^2-x+1
C) x D) $x-1$
E) $x+1$

Problema 194

Reconocer un factor de:

$$(x+y+z)^4 + x^4 + y^4 + z^4 - (x+y)^4$$
$$-(y+z)^4 - (x+z)^4$$

A) $x-y+z$ B) $x+y+z$
C) $x^2+y^2+z^2$ D) $x+2y+z$
E) $x-y-z$

Problema 195

Indicar la suma de los coeficientes de un factor primo del polinomio:

$$x^8+4x^7+10x^6+16x^5+19x^4+16x^3+10x^2+4x+1$$

A) 0 B) 3 C) 2
D) 4 E) 5

Problema 196

¿Cuántos factores primos presenta el polinomio?

$$P(x;y) \equiv (x-y)^2(x^2+3xy-y^2)$$
$$-6xy\left[(x+y)^2 - xy\right]$$

A) 1 B) 5 C) 3
D) 4 E) 2

Problema 197

Al factorizar:

$$P(x) \equiv x^5 + 2x^3 + x - 1$$

Indicar la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 1 ó 3

Problema 198

Indicar un factor cúbico

$$P(x) \equiv x^{12} + 4x^9 + 6x^6 - 4x^3 + 1$$

A) x^3+1 B) x^3+2 C) x^3-2
D) x^3-1 E) x^3+3



Problema 199

Indicar un factor de la suma de los factores primos de:

$$P(x) \equiv x^7 + x^4 - x^2 + x + 1$$

A) $x^2 + x + 1$ B) $x^3 + x + 1$
C) $x^3 - x + 1$ D) $x - 1$
E) $x^3 - x + 2$

Problema 200

Si a un factor de $P(x;y)$ agregamos xy:

$$P(x;y) \equiv x^5 + x^4y + y^5$$

Se obtiene:

A) $(x-y)^2$ B) xy C) $(x+y)^2$
D) $-xy$ E) $x-y$

Problema 201

Indicar un factor primo de:

$$P(a;b;c;d) = 4(ad+bc)^2 - (a^2 - b^2 - c^2 + d^2)^2$$

A) $a + b$ B) $c - d$

C) $a - b$ D) $b + c - a + d$

E) $a + b + c + d$

Problema 202

Determinar "b" en la siguiente división exacta:

$$\frac{bx^3 + 5x^2 + (2b+1)x - 3}{bx - 1}$$

A) -2 B) 3 C) -2 ó 1
D) 1 E) -2 ó 3

Problema 203

Calcular el valor de "a" si el residuo de dividir:

$$\frac{ax^3 + (2a+1)x + 1}{ax + 3a}; \text{ es } -68$$

A) 1 B) 6 C) 4
D) 2 E) -2

Problema 204

Hallar "n", si el residuo de la división:

$$\frac{2x^3 + 2nx^2 + 5x + 2}{x + n}; \text{ es } -13$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 205

Calcular el valor de "m + n" en la siguiente división exacta:

$$\frac{x^5 + x^4 + mx^3 - 1}{x^3 + x - n}$$

A) 1 B) 3 C) 2
D) 5 E) $-1/3$

Problema 206

En la división:

$$\frac{6x^4 - 2Ax^3 + Bx^2 - Cx + D}{2x^2 - 3x + 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 207

Calcular: $a^3 + b^3 + c^3$.

$$\text{si: } \frac{ax^6 + bx^5 + cx^4 + 11x^3 + x - 12}{2x^2 + x - 3}$$

es exacta; además abc = 3

A) 3 B) 8 C) 0
D) 7 E) 9



Problema 208

Dividir:

$$\frac{(x-3)^5+3(x-3)^4+2(x-3)^3+5(x-3)^2+2x+9}{x}$$

dando el valor del cociente cuando "x" se reemplaza por 4.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 6

Problema 209

Calcular "M + N", si la división:

$$\frac{Mx^4+Nx^3+21x^2-x-12}{2x^2+4x+3}$$

es exacta.

A) 24 B) 25 C) 26
D) 27 E) 28

Problema 210

Si la división:

$$\frac{Ax^3+Bx^2+Cx+D}{x^2+M^2}$$

es exacta:

Calcular el valor de: $R=\left[\frac{AD}{BC}\right]^2$

A) 1 B) 4 C) 36
D) 5 E) 25

Problema 211

Siendo: $\{a,b\}\subset\mathbb{R}^+$, si la división:

$$\frac{x^4-(a-b)x^3+(a-b)x+b^2}{x^2-(a-b)x+b^2}$$

es exacta, calcular el valor de:

$$R=\frac{a^2+ab+b^2}{2a-3b}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

Problema 212

Determinar "M" y "N" de manera que el polinomio: $x^4+2x^3-7x^2+Mx+N$; sea divisible entre: x^2-3x+5

A) 14 y 13 B) 15 y 16 C) 13 y 12
D) 16 y 15 E) 10 y 16

Problema 213

Si dividimos:

$$P(x)=x^{n+1}-2x^n+7$$

entre $(x+1)$ siendo "n" impar, se obtiene un cociente cuya suma de coeficientes es:

A) – 3 B) – 2 C) – 8
D) – 5 E) 0.

Problema 214

Calcular "mn" sabiendo que el polinomio:

$$x^n+mx^{n-2}+1$$

es divisible entre $(x-1)^2$

A) – 8 B) – 9 C) – 16
D) – 12 E) – 24

Problema 215

Si el resto de la división:

$$\frac{x^4-3x^3y+x^2y^2+axy^3+by^4}{x^2-xy+2y^2}$$



tiene como resto $2xy^3+3y^4$; calcular:

$$z=a^b+b^a$$

A) 0 B) – 5 C) 4
D) – 2 E) – 3

Problema 216

Calcular:

$$E=\frac{(a+b+c)^3-3(a+b)(b+c)(a+c)}{2abc}$$

si la división:

$$\frac{ax^4+(a+b)x^3+(a+b+c)x^2+(b+c)x-(a+b)}{ax^2+bx+c}$$

es exacta.

A) 0 B) 3 C) 1/2
D) 3/2 E) 1

Problema 217

Calcular "a + b + c", sabiendo que $P(x)=x^5-ax+b$, es un polinomio con coeficientes enteros divisibles por $(x-c)^2$.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

Problema 218

En la división no inexacta::

$$\frac{2ax^5+2bx^4+\left(6a^2-2c\right)x^3+9abx^2+abcx-b^2}{ax^2+bx-c}$$

Determine el valor numérico de:

$$E=\frac{1}{c}\left(\frac{a}{9-a}\right)$$

A) 1 B) 1/2 C) 1/3
D) 1/6 E) 1/4

Problema 219

En la siguiente división:

$$\frac{12x^4+2mx^3+nx^2+5px-q}{3x^2-2x+1}$$

Se obtiene un cociente donde los coeficientes de sus términos van aumentando de 2 en 2 unidades a partir del primero.

¿Calcular $E=m^2-n$.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 1 E) 12

Problema 220

Al dividir:

$$\frac{(n+1)x^n+(2n+1)x^{n-1}+(3n+1)x^{n-2}+(4n+1)x^{n-3}+\ldots}{nx+(x-1)}$$

Se observa que la suma de coeficientes del cociente es 21. Según esto determine el resto.

A) 35 B) 36 C) 45
D) 49 E) 56

Problema 221

Determine el residuo obtenido al dividir un polinomio entre $\left(x^3-x^2\right)$, sabiendo que dicho polinomio presenta como término independiente a 9, y su suma de coeficientes es igual a 15, además el primer coeficiente del residuo es 5.

A) $5x^2+x+9$ B) $3x^2-x+9$
C) $3x^2+x+9$ D) $5x^2-x-9$
E) $5x^2+x-9$

Problema 222

Para que el valor de "m" la expresión:

$$(x+2y)^5-x^5+my^5$$

sera divisible entre $(x+y)$

A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) -5

Problema 223

Calcular el resto en:

$$\frac{x^6+x^5+x^2+9}{x^3+x^2-1}$$

A) 1 B) 2 C) 9
D) 10 E) 12

Problema 224

Indicar el residuo evaluado en la unidad obtenido de:

$$\frac{(6x)^{3n}+6x+1}{36x^2+6x+1};\ n\in\mathbb{Z}^+$$

A) 40 B) 10 C) 7
D) 8 E) 5

Problema 225

Determinar el resto:

$$\frac{(x-1)^5+x^7-1}{x^2-x+1}$$

A) 0 B) 1 C) -1
D) $x-1$ E) $x+1$

Problema 226

Determinar el valor de "k" para que el polinomio:

$$x^3+y^3+z^3+(k-9)xyz$$

sea divisible entre $x+y+z$

A) 1 B) 3 C) 6
D) 2 E) 4

Problema 227

Calcular el valor de "n" para que el polinomio:

$$(x+2n)^n+n(n+2n)^{n-1}-2^{25}$$

Sea divisible por $(x+n)$

A) 12 B) 10 C) 8
D) 6 E) 5

Problema 228

Calcular el valor de "n" de modo que la suma de coeficientes del cociente entero de la división:

$$\frac{x^{n+1}-(n+1)x+n}{(x-1)^2}$$

sea igual a 210.

A) 22 B) 21 C) 20
D) 19 E) 18

Problema 229

Calcular el valor de "a" para que la suma de coeficientes del cociente sea 161, tal que el resto es 16:

$$\frac{ax^{51}+2bx+2b-a}{x-1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 230

Si un polinomio $P(x)$ al dividirlo entre $(x+3)$ da como resto (-2) y al dividir el cociente de esta división entre $(x-4)$ se obtiene como resto 5. Calcular el resto que se obtendrá al dividir el polinomio $P(x)$ entre $(x+3)(x-4)$

A) $2x-7$ B) $3x+11$ C) $5x+13$
D) $13x-5$ E) $-5x+3$



Problema 231

Un polinomio $P(x)$ al ser dividido entre (x^2+1) otorga un residuo $(-x+1)$. ¿Cuál será el residuo en:

$$\frac{[P(x)]^5}{x^2+1}?$$

A) $x-1$ B) $4x-4$ C) $2x$
D) $-2x$ E) $4x-1$

Problema 232

Si el polinomio: $x^4+Px^2+Mx+a^2$, es divisible por (x^2-1); Determinar el resto de dividir dicho polinomio entre x^2-a^2.

A) 1 B) 0 C) 2
D) 3 E) 4

Problema 233

Determinar el valor de "m" tal que el término independiente del cociente entero sea 1820 al dividir.

$$\frac{(2x+3)^{4m}(x+5)}{(x+1)(x+2)}$$

A) 1/2 B) 3 C) 3/2
D) – 4 E) – 3/4

Problema 234

Determine el coeficiente "k" en el polinomio:

$$a^2x^2+b^2x^2+a^2b^2+kabx(a+b+x)$$

sabiendo que es divisible por: $ax+bx+ab$

A) – 1 B) 1 C) – 2
D) 2 E) 4

Problema 235

Calcular el resto de dividir $R(x)$ entre $(x-5)$; si al dividir $R(x)$ entre $(x-5)^4$ el resto es $(x+1)^2$.

A) 15 B) 17 C) 18
D) 36 E) Falta información

Problema 236

Encontrar el polinomio $P(x)$ de tercer grado que sea divisible separadamente $(x+3)$ y $(x-2)$; sabiendo además que la suma de sus coeficientes es (– 12) y que el término independiente es 12. Indicar como respuesta un término de $P(x)$

A) $32x$ B) $23x$ C) $-3x^2$
D) $12x$ E) $3x^2$

Problema 237

Al dividir un polinomio $P(x)$ entre $(x+3)$ se obtuvo un residuo (– 5) y un cociente cuya suma de coeficientes es igual a 3.
Calcular el residuo de dividir:
$P(x)$ entre $(x-1)$

A) 5 B) 6 C) 8
D) 9 E) 7

Problema 238

Calcular "ab" si el polinomio:

$x^{100}+ax+b$ es divisible entre $(x+1)^2$.

A) 9900 B) 8100 C) 9800
D) 8900 E) 9500

Problema 239

Si al dividir un polinomio $P(x)$ en forma separada entre $(x+3)$ y entre $(2x-1)$ se obtuvieron como resto -26 y 9 respectivamente. Calcular el resto de dividir $P(x)$ entre $(x+3)(2x-1)$

A) $10x+4$ B) $5x-2$ C) $5x+3$
D) $10x-3$ E) $10x+7$

Problema 240

Determinar el polinomio cuadrático con término independiente -1, que sea divisible por $(x+1)$ y al dividir entre $(2x+1)$ da como resto -1.

A) x^2+x-1 B) x^2+2x-1
C) $2x^2+x-1$ D) $2x^2-x-1$
E) $2x^2-3x-1$

Problema 241

Si el resto de dividir:

$$\frac{3x^5-8x^4-5x^3+26x^2+mx+n}{x^3-2x^2-4x+8}$$

es: $-5x+2$, calcular "m + n"

A) -2 B) 2 C) 3
D) -7 E) 7

Problema 242

Factorizar:

$$P(x;y)\equiv abx^2-bcxy-dcy^2+adxy$$

e indicar la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 2 B) a + b C) – 1
D) 5 E) b + d

Problema 243

Indicar un factor primo del polinomio

$$P(m;n)=m^2(m-n)^2-14mn^2(m-n)+24n^4$$

A) $m+4n$ B) $m-3n$ C) $m+2n$
D) $m-n$ E) $m-4n$

Problema 244

Factorizar:

$$M(a;b)\equiv a^2+b^2+2(a+b+ab)-8$$

indicar un factor primo.

A) $a+b$ B) $a+b+1$ C) $a+b-2$
D) $a+b+3$ E) $a+b-4$

Problema 245

Factorizar:

$$B(x;y)\equiv 2x(4x+7y)-3y(5y+12)+48x$$

e indique el término independiente de uno de sus factores priomos.

A) 1 B) 2 C) 8
D) 12 E) 18

Problema 246

Factorizar:

$$F(x)\equiv\left(x^2+x+1\right)^2-16x(x+1)+23$$

Indique un factor que no pertenece a $F(x)$

A) $x+1$ B) $x-1$ C) $x+2$
D) $x-3$ E) $x+4$

Problema 247

Factorizar e indicar un término de un factor primo de:

$$H(x)\equiv x(x+1)(x+2)(x+3)-8$$

A) x B) $2x$ C) $3x$
D) $4x$ E) $5x$



Problema 248

Luego de factorizar:

$$P(x) \equiv 4ab(x^2+1) - x(16a^2+b^2)$$

Calcular la suma de coeficientes de un factor primo.

A) $4a-b$ B) $a-4b$ C) $4a+b$
D) $b-2a$ E) $2a+b$

Problema 249

Factorizar:

$$Q(x;y;z) \equiv 90(x^2+y^2+z^2)+18(xy+xz+yz)-xy$$

e indicar la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 27 B) 29 C) 31
D) 33 E) 35

Problema 250

Factorizar:

$$P(x;y;z) \equiv x^4-2(y^2+z^2)x^2+(y^2-z^2)^2$$

Indicar como respuesta la suma de sus factores primos.

A) $4y+4z$ B) $4z+4x$ C) $4x$
D) $4xyz$ E) $x+y+z$

Problema 251

Factorizar:

$$P(x;y) \equiv 2(x+2y)^2 - 4xy(3x-4xy+6y)$$

e indicar un término de un factor primo.

A) $3x$ B) $3y$ C) xy
D) $-4xy$ E) $5xy$

Problema 252

Factorizar:

$$P(x;y) \equiv (x+2y)^3+(y-2x)^3+(x-3y)^3$$

la suma de coeficientes de un factor primo es:

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

Problema 253

Factorizar:

$$M(a;b) \equiv a^3+b^3+9ab-27$$

e indicar un factor primo.

A) a^2+b^2+9 B) $a+b-9$
C) $a+b-3$ D) $a+b+9$
E) a^2+b^2+3

Problema 254

Factorizar:

$$P(a;b;c) \equiv a^2+a-b^2+b-c^2-c+2bc$$

Indicar uno de los factores primos.

A) $a+b+c$ B) $a-b+c+1$
C) $a-b+c$ D) $a-b-c$
E) $a-b+1$

Problema 255

Indicar la suma de coeficientes de un factor primo obtenido luego de factorizar

$$R(a;b;c;d) \equiv (ac-3db)^2+3(bc+ad)^2$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 256

Si $P(x) \equiv x^2+1$

Factorizar: $P[P(x)]-x$

e indicar la suma de sus factores primos.

A) $2x^2-1$ B) $2x^2+1$ C) $2x^2+3$
D) $2x^2+x$ E) $2x^2-3x$

Problema 257

Indicar un factor primo de:

$$P(x)\equiv(a^2-b^2)(x^2+1)2(a^2+b^2)x$$

A) a + b B) a – b
C) $ax + b$ D) $ax + bx + a - b$
E) $ax - bx - a + b$

Problema 258

Factorizar e indicar un factor primo.

$$P(x^;y)\equiv(x+1)(x+4)-9y(y-1)$$

A) $x + y + 1$ B) $x + 3y + 1$
C) $x - 2y + 1$ D) $x - 7y + 1$
E) $x - 12y + 1$

Problema 259

Factorizar:

$$P(x;y)\equiv(x+y+3)^2+7x+7y+31$$

Indicando la suma de coeficientes de sus factores primos.

A) 12 B) 15 C) 17
D) 19 E) 24

Problema 260

Factorizar:

$$F(a,b,c)\equiv(a+b+c)^2+(a+b-c)^2 + 4c(a+b)-7(a+b+c)+3$$

e indicar la suma de coeficientes de sus factores primos.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 261

Factorizar:

$$F(x)\equiv x^2(x^2+3)^2-(3x^2+1)^2$$

e indicar la suma de sus factores primos.

A) $2x$ B) $2x - 1$ C) $4x + 1$
D) $4x + 3$ E) $2x + 3$

Problema 262

Calcular la suma de coeficientes de uno de los factores primos del polinomio:

$$P(x;y)\equiv 8x^4+8x^2+3y^4-7y^2-14x^2y^2+2$$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 263

Reconocer un factor primo del polinomio:

$$P(x)\equiv x^7-(x+1)(x^3+x^2-1)$$

A) x^3-x+1 B) x^3+x^2+1
C) x^3-x-1 D) x^4-x^2+1
E) x^4-x^2-1

Problema 264

Sean: $P(x)\equiv x^2+2x-a$

$\wedge\ Q(x)\equiv x^2-4x+a;\ a\in\mathbb{Z}^+$

Si: $MCM(P\wedge Q)\equiv x^3-x^2-9x+9$

Determine el valor de "a"

A) 1 B) 3 C) 5
D) 2 E) 4

Problema 265

Si el MCD de los polinomios:

$P(x)\equiv x^3+4x^2+ax+b \wedge Q(x)\equiv x^3+cx+d$

es: $(x-1)(x+3)$. Determinar el grado de su MCM.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5



Problema 266

Lueogo de factorizar el polinomio:

$$P(x) \equiv 2x^3 + 5x^2 - 7x + 2$$

dar el valor de verdad de las proposiciones:

I. Tiene tres factores primos.

II. Tiene un factor primo mónico.

III. Un factor primo es: $x^2 + 2x + 3$

A) FFF B) VVF C) VFV
D) FVV E) FVF

Problema 267

Luego de factorizar:

$$P(x;y) \equiv (x^2 + 12y) + 8(y-1)(y^2 + y + 1)$$

un término de un factor primo es:

A) $4x$ B) $4y^2$ C) $6y$
D) $8xy$ E) $2xy^2$

Problema 268

Al factorizar:

$$P(x) \equiv x^6 + 8x^2 - 1$$

Indique la suma de coeficientes de un factor primo.

A) 16 B) 18 C) 20
D) 4 E) 19

Problema 269

El MCD de un cierto número de polinomios es: $2x^2 + x - 1$, si uno de sus polinomios es: $P(x) \equiv 4x^3 + mx + n$. ¿Cuál es el valor que asume "m + n"?
cientes de sus factores primos.

A) – 1 B) – 3 C) – 2
D) – 4 E) – 5

Problema 270

Uno de los factores primos al factorizar:

$$P(x) \equiv (x-1)(x^2-4)(x+3) - 32$$

es:

A) $x + 4$ B) $x^2 + x + 2$
C) $x^2 - x - 2$ D) $x^2 - 3x + 1$
E) $x + 3$

Problema 271

Reconocer un factor primo de:

$$P(x;y) \equiv 8(x-y)^3 + (y-1)^3 + (y+2x+1)^3$$

A) $x + 2y$ B) $y - 1$
C) $2x + y - 1$ D) $x + y$
E) $2x - y + 1$

Problema 272

Al factorizar:

$$P(x;y;z) \equiv (4y^2z^2 - 2xy^2z + x^4)^2 + x^4y^2(4z - x)^2$$

Indicar la suma de los factores primos cuadráticos:

A) $5x$ B) $4x^2$ C) $3x^2$
D) $6x$ E) $2x$

Problema 273

El polinomio:

$$P(x) \equiv (x-1)(x^2-3)(x^3-3) + 2(2x^3 - 3x + 3)$$

Al ser factorizado asume la siguiente forma:

$$P(x) \equiv x^n (x-c)^n (x^n - ax + a)$$

Luego el valor de: n + ac es:

A) – 4 B) 3 C) – 1
D) 0 E) 5

Problema 274

Columna A

El valor numérico del MCD de los polinomios

$P(x) \equiv x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \wedge Q(x) \equiv x^3 - x$

sabiendo que $x \in \mathbb{R}^+$.

Columna B

El valor numérico del MCD de los polinomios

$R(x) \equiv x^3 - 2x + 1 \wedge M(x) \equiv x^2 - 4x + 3$

sabiendo que $x \in \mathbb{R}^+$.

A) A es mayor que B
B) A es menor que B
C) A es igual que B
D) ¡No utilizar esta opción!
E) No se puede determinar

Problema 275

Indicar el producto de coeficientes de uno de los factores primos del polinomio:

$P(x) \equiv (a - ab - b)x^2 - (a^2 - b^2)x^3 - 1 + (a + b)x + abx^4$

A) – ab   B) – b   C) – a
D) ab   E) a

Problema 276

Si: $MCD(P \wedge Q) \equiv x^2 + 3x - 5$, donde:

$P(x) \equiv x^4 + 3x^3 + ax^2 + 9x + b \wedge$

$Q(x) \equiv x^4 + cx^3 - 12x^2 + dx + 35$

Calcular: a + b + c – d

A) 3   B) 5   C) 7
D) 9   E) 0

Problema 277

Al factorizar:

$P(x; y; z) \equiv 5xz - 4z^2 + 11yz + 6(x^2 - y^2)$

Indicar uno de los términos de un factor primo.

A) $6z$ B) $2y$ C) $6y$
D) $-2x$ E) $6x$

Problema 278

Reconocer un factor primo de:

$$P(x) \equiv x^5 + x^2(x^2 + 2) + 1$$

A) $x^3 + x + 1$ B) $x^3 - x + 1$
C) $x^2 - x + 1$ D) $x^2 + x + 1$
E) $x^2 + 1$

Problema 279

Proporcionar la suma de los coeficientes de los términos lineales de los factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv 49x^4 + 5^2 - 11x^2$$

A) 0   B) 4   C) 3
D) 2   E) 5

Problema 280

Indique un factor primo de:

$P(x; y) \equiv 2x^2 + 1 - y^4 - 4xy^3 - 6x^2y^2 - 4x^3y$

A) $2y^2 + 2xy + 1$ B) $x^2 - 2y + 1$
C) $x^2 + y^2 + 1$ D) $2xy - 2y^2 - 1$
E) $1 - 2xy - y^2$



Problema 281

¿Cuántos factores primos presentan el siguiente polinomio:

$P(x) \equiv x^7 + x^5 - x^3 + x^2 - 2x + 1$?

A) 4 B) 5 C) 3
D) 2 E) 7

Problema 282

Al factorizar:

$$P(x) \equiv x^6(x^6 - 17) - 4(9x^3 + 5)$$

Indicar el factor primo:

A) $x - 4$ B) $x + 1$ C) $x - 1$
D) $x^3 - 2$ E) $x^{11} + 8$

Problema 283

Si: $MCM(P \wedge Q) \equiv x^3 - x^2 - 9x + 9$

encontrar $MCD(P \wedge Q)$, donde:

A) $x + 1$ B) $x - 1$
C) $x^2 - 2x + 1$ D) $x - 3$
E) $x^2 - 2x - 3$

Problema 284

Reconocer un factor primo del polinomio

$P(x) \equiv (x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1) - (x+2)(x+4)(x+3)(x+5)$

A) $x^3 - x^2 + 7x + 16$
B) $x^3 - x^2 + 10x + 11$
C) $x^3 + x^2 + 8x + 68$
D) $x^3 + x^2 + 7x + 11$
E) $x^3 - x^2 - 7x - 16$

Problema 285

El MCM de los polinomios:

$P(x) \equiv x^2 + x - 2$

$Q(x) \equiv x^2 - x - 2$

$R(x) \equiv x^4 + 5x^2 + 4$

es esquivalente a:

$$x^8 + Ax^6 + Bx^4 + Cx^2 + D$$

Calcular: "A + B + C + D"

A) 1 B) – 1 C) 2
D) – 2 E) 0

Problema 286

Dados los polinomios:

$P(x) \equiv x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 2 \wedge$

$Q(x) \equiv x^3 + 2x^2 - x - 2$

Determine el cociente entre su MCM y su MCD.

A) $x - 1$ B) $x + 2$ C) 1
D) $x + 1$ E) $x - 2$

Problema 287

Luego de factorizar a la expresión:

$(a+b+c)^4 - a(a-b-c)^4 a(b+c)(a^2 - 12b^2 - 12c^2)$

indicar la suma de sus factores primos.

A) a + b + c B) a – b + c
C) b – c D) b + 7a + c
E) 2a

Problema 288

Al factorizar:

$$P(x) \equiv 12x^3 - 8x^2 - x + 1$$

Indicar como respuesta la suma de los factores primos.

A) $5x$ B) $7x+1$ C) $7x-1$
D) $2x-1$ E) $3x+5$

Problema 289

Al factorizar:

$$P(x) \equiv x^5+2x^4-x^3+3x-2$$

Indicar la suma de los factores primos cuadráticos.

A) $2x^2$ B) $2x^2+1$
C) $2x^2-1$ D) $2x^2-x+1$
E) $2x^2+x-1$

Problema 290

Indicar la suma de los factores primos mónicos obtenidos al factorizar:

$$P(x) \equiv 2x^4+7x^3+4x^2-7x-6$$

A) $3x$ B) $3x+2$ C) $2x+6$
D) $2x$ E) $5x+5$

Problema 291

Proporcionar la suma de coeficientes de uno de los factores primos del polinomio:

$$x^4(4x+1)-(x^2-1)^2(x^2+x+1)^2(x^2-x+1)^2$$

A) 6 B) 3 C) 4
D) 5 E) 15

Problema 292

Siendo: $P(x) \equiv x^5-x^2$

$Q(x) \equiv x^4+x^3-x-1$

$R(x) \equiv x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$

La simplificación de: $\dfrac{\text{MCM}(P \wedge R)}{\text{MCD}(Q \wedge R)}$ posee:

A) 6 factores B) 5 factores
C) 3 factores D) 12 factores
E) 18 factores

Problema 293

Si los polinomios:

$$P(x) \equiv x^3+(a+1)x^2+31x+30$$

$$Q(x) \equiv x^3+ax^2+26x+24$$

Admiten un factor común de la forma x^2+nx+k. Calcular el valor de "n + k"

A) 6 B) 5 C) 11
D) 12 E) 13

Problema 294

Al factorizar un polinomio según el método del aspa simple se obtuvo el siguiente esquema:

$$8x^a+bx^2-(2+d)$$

cx^2 ╲╱ 1
$4x^2$ ╱╲ d

Luego el valor de "a – b + c + d" es:

A) 3 B) 5 C) 6
D) 7 E) 9

Problema 295

Determinar la suma de coeficientes de un factor primo de:

$$P(x) \equiv 32(x+3)^5-(x+2)^5-(x+4)^5$$

A) 10 B) 17 C) 49
D) 51 E) 54

Problema 296

Reconocer un factor primo del polinomio

$$P(x) \equiv x^3(x^{10} - 3x^7) - 2x^{11} + 6x^8 + 32x^3 - 64x - 96 + 48x^2$$

A) $x^2 + 2x - 1$ B) $x^2 - 2$
C) $x^2 + 2x - 4$ D) $x^2 + 2x + 2$
E) $x^2 - 5$

Problema 297

Reconocer un factor primo de:

$$P(x) \equiv 8(x^2-6)(x^2-10)(x^2-11) + (x^2-5)(x^2-7)(x^2-15)$$

A) $x + 6$ B) $x^2 - 7$ C) $x + 1$
D) $x - 3$ E) $x^2 - 5$

Problema 298

La expresión: $3x^3 - 35x^2 + 96x + 36$ es el mínimo común múltiplo de los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$. Calcular $Q(-1)$ sabiendo que $Q(x)$ tiene menor grado posible y que

$$P(x) \equiv 3x^2 - 17x - 6$$

A) 25 B) 49 C) 12
D) 16 E) 64

Problema 299

Determine a numero de factores no constantes del siguiente polinomio.

$$P(x) \equiv x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

A) 3 B) 5 C) 7
D) 8 E) 15

Problema 300

Indicar el producto de los coeficientes de uno de los factores primos del polinomio:

$$P(x) \equiv x^6 - 13x^4 - 324$$

A) – 108 B) 132 C) 42
D) 64 E) 21

Problema 301

Si:

$$\frac{(x^2+2)(x^4+4)(x^6+6)...(x^{2n}+2n)}{(x+1)(x^2+2)(x^3+3)...(x^n+n)}$$

genera un cociente de grado 55, hallen:

A) 0,5 B) 0,3 C) 0,1
D) 0,8 E) 10

Problema 302

Si:

$$\frac{3ax^n - 27ax^{n-2} + 5b(x^2 - 3x) + cx + d}{x^5 - 27x^2}$$

deja resto $x^2 - d(x-1)$, calcule c + d

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 303

Sean: $P(x) = \dfrac{x^5 + x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 3x - 3}{x^2 - 4}$

Si $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + \dfrac{x + c}{x^2 - 4}$

halle el valor de: $\dfrac{a + b - c}{a + b + c}$

A) 5 B) $\dfrac{5}{3}$ C) $\dfrac{3}{5}$

D) $-\dfrac{1}{5}$ E) – 5

Problema 304

Luego de efectuar la división $\dfrac{x^3}{(x+1)(x+2)}$ se obtiene el cociente $q_{(x)}=mx+n$ y el resto $r_{(x)}=ax+b$.

cientes de sus factores primos.

A) 10 B) 8 C) 9

D) 5 E) – 3

Problema 305

Al dividir:

$$\frac{mx^5+nx^4+9x^3+5x^2+4x+7}{x^2+x+1}$$

se obtiene a $r_{(x)}=2x+6$ como resto. Halle el valor de mn.

A) 13 B) 20 C) 8

D) 130 E) 40

Problema 306

Sea

$P(x)=2x^4+(2b-3a)x^3+(a^2-ab)x^2+3x+2b-2a$

Indique la alternativa correcta.

A) $P_{(a-b)}=P_{(1)}$ B) $P_{(a-b)}=P_{(0)}$

C) $P_{(a-b)}=a+b$ D) $P_{(a-b)}=0$

E) $P_{(a-b)}=a-b$

Problema 307

Dada la división algebraica

$$\frac{8x^5+4x^3+x^2}{x-\frac{1}{2}}$$

luego de efectuar afirmamos que:

A) El cociente es $4x^4+2x^3+3x^2+2x+1$

B) El resto de 1/2

C) Elcociente del término cuadrático en el cociente es 6.

D) La suma de coeficientes del cociente es 20.

E) El resto es – 1

Problema 308

Al dividir:

$$\frac{x^4+x^2+x+x^6+a^6+7}{x^2+a^2}$$

en variable x, se obtiene un resto $r_{(x)}$ tal que $r_{(-a^4)}=-2$. Halle el valor de a.

A) 3 B) – 3 C) $3\vee -3$

D) $\sqrt{3}\vee-\sqrt{3}$ E) $-5\vee 5$

Problema 309

Dado el cociente notable

$$\frac{x^{16}+y^{24}}{x^2+y^3}$$

halle $\dfrac{T_1}{T_3}+\dfrac{T_2}{T_4}+\dfrac{T_3}{T_5}+...+\dfrac{T_6}{T_8}$

A) $6x^4y^6$ B) x^4y^{-6} C) x^6y^{-4}

D) $6x^4y^{-6}$ E) $6xy$

Problema 310

Dado la división $\dfrac{(x+1)^4-y^4}{x+1-y}$ en variable x, si $q_{(x)}$ es su ciciente, indique el coeficiente del término de grado 2.



A) 3　　B) $y+3$　　C) $y(x+1)^2$

D) 8　　E) y^2

Problema 311

Determine verdadero (V) o falso (F) según corresponda, con respecto al polinomio

$$P_{(a;b)}\equiv ab(2ab-1)^3(ab-1)^2(a^2b^2-1)$$

I. ab es un factor primo

II. Tiene cuatro factores primos.

III. Tiene factores primos de segundo grado.

A) VFV　　B) FVV　　C) VVF

D) FVF　　E) FFV

Problema 312

Factorice el polinomio:

$P_{(a;b;c)}\equiv 1+a+b+c+ab+ac+cb+abc$

e indique la suma de los factores primos.

A) $a+b+c-3$　　B) $a+b-c+3$

C) $a+b+c+3$　　D) $a-b+c+3$

E) $a+b+c+1$

Problema 313

Determine la suma de los factores pruimos del polinomio

$$M(x;y)\equiv(x^2+y^2-4)^2-(x^2+y^2)^2+(x^2-y^2)^2$$

A) $4x$　　B) $2x-2y$　　C) $4x-4y$

D) $4y$　　E) $x+y$

Problema 314

Factorice el siguiente polinomio

$$P(x)\equiv x^4+2x^3+6x^2+5x+6$$

Luego determine la suyma de coeficientes del factor primo de mayor término independiente.

A) 2　　B) 3　　C) 4

D) 5　　E) 6

Problema 315

Dado el siguiente polinomio sobre $\mathbb{Z}$.

$$P(x)\equiv 2x^3+4x^2+nx+6$$

¿Cuál de los siguientes números no es una posible raíz racional de P(x)?

A) 2　　B) 1/3　　C) 3/2

D) – 6　　E) 3

Problema 316

Si f_1 y f_2 son los factores primos del polinomio $P(x)\equiv x^3-5x^2+5x+3$

halle el equivalente de f_1+f_2

A) x^3+x+2　　B) x^2-x-4

C) x^2-1　　D) x^2-2x-1

E) x^2-x+2

Problema 317

Luego de factorizar el polinomio

$$P(x)\equiv x^4-5x^3+7x^2-x-6$$

Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Una raíz del polinomio P(x) es – 6.

II. P(x) acepta cuatro factores primos.

III. La suma de coeficientes de un factor primo de P(x) es 2.

A) VFV　　B) FVV　　C) VVF

D) FVF　　E) FFV

Problema 318

Indique cuántos de los polinomios siguientes son primos sobre $\mathbb{Q}$.

I. $P_{(x)}\equiv x^3-2x^2+x+1$

II. $L_{(x)}\equiv 2x^3-x^2+x+2$

III. $Q_{(x)} \equiv 2x^3 + x + 3$

IV. $M_{(x)} \equiv 4x^3 - 2x^2 - 2x + 1$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 319

Determine le número de factores primos que posee el polinomio siguiente:

$$F(x) \equiv x^5 - 2x^3 + x^2 + x - 1$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 320

Sea $-F_{(x)}$ el factor primo cúbico del polinomio $P_{(x)} \equiv x^3 + 2x^4 - 1$

Luego determine el equivalente de $F_{(x)} + F_{(-x)}$

A) $F_{(x)} + F_{(-x)} \equiv 2x^2 + 2$

B) $F_{(x)} + F_{(-x)} \equiv 2x^2 + 4$

C) $F_{(x)} + F_{(-x)} \equiv 2x^2 + 3$

D) $F_{(x)} + F_{(-x)} \equiv 2x^2 + 1$

E) $F_{(x)} + F_{(-x)} \equiv 2x^2 - 1$

Problema 321

Determine el número de afirmaciones correctas:

I. $P(x) = |x| + x^2$ es un polinomio sobre R.

II. $Q(x) = \frac{x}{x} + x^3$ es un polinomio sobre Q, de grado 3.

III. P(x, y) = x2 + xy es un polinomio homogéneo sobre R.

IV. Si Q(x, y, z) es un polinomio homogéneo no constante, entonces Q(0, 0, 0) = 0

V. $H(x) = \sqrt{2}x^3 + 2x - 1$ es un polinomio sobre Q, de grado 3.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 322

Determine la afirmación correcta:

A) Todo polinomio es de grado $n \geq 0$, $n \in N \cup \{0\}$.

B) Todo polinomio P(x) ordenado descendentemente, es completo.

C) $Gr(P + Q) \leq \max\{Gr(P), Gr(Q)\}$.

D) Si P(x, y) es homogéneo, entonces P(y, x) es homogéneo.

E) Todo polinomio P(x) completo de grado n, tiene n términos.

Problema 323

Sabiendo que la siguiente expresión algebraica se reduce a un monomio de dos variables

$$M(x;y) = \sqrt[m-2]{m+12}\ \sqrt[m-1]{x^{3(m+1)}y^{3m-2}} \cdot \sqrt[(m-1)(m-2)]{x^{3m}y^{6m-2}}$$

donde los grados relativos de esas variables, son iguales, halle su coeficiente.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 16

Problema 324

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $P(x) = x^2 - 2$ es un polinomio sobre Q, factorizable.

II. Si $P(x)=(x^2-1)^3(x^2-1)^n$, $n\in\mathbb{N}$, su grado es 2n + 6.

III. $P(x;y)=x^n+y^{n^2/2}+xy^{(n^2+1)/2}$ es un polinomio sobre R para un cierto $n\in\mathbb{N}$.

A) VVF B) VFV C) FVV
D) FFV E) FVF

Problema 325

Sea P(x) un polinomio de grado 3n + 2, Q(x) es un polinomio de grado 4n - 3 y R(x) es un polinomio de grado 2n + 1.
Si el grado de:

$P^2(x)\cdot Q(x)+Q^2(x)\cdot R(x)-R^3(x)$ es 31.
Determine el grado de Q(x).

A) 5 B) 6 C) 9
D) 10 E) 12

Problema 326

Dado el polinomio homogéneo

$P(x;y)=5x^{a+6}y^m+6x^{a+5}y^p+...+11x^{a-8}y^{2p+m}$

Determine: a + m + p, sabiendo que respecto a x, es un polinomio completo y ordenado.

A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

Problema 327

Los polinomios $P(x)=10x^2+5mx-5$;

$Q(x)=m(x^2-1)+n(x-2)(x-1)+p(x-2)(x+1)$ son idénticos. Calcular: F = m + n + p.

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 14

Problema 328

Se sabe que el polinomio P(x) es idénticamente nulo.

$P(x)=(a+c-3abc)x^2\cdot y+(a+b-6abc)xy+(b+c-7abc)$, con $abc\neq 0$.

Determine: $E=\left(\dfrac{abc}{a+b+c}\right)^{-2}$

A) 16 B) 25 C) 36
D) 64 E) 121

Problema 329

Si el término independiente del polinomio P, $P(2x-3)=(2x+3)^{4a}+2(4x^2+3)^{2a}+(4x-2)^{2a}$, es 1600. Entonces el valor de a^2+3 es:

A) 4 B) 7 C) 12
D) 15 E) 19

Problema 330

Sea $P(x,y)=5x^4-3x^2y^2+2xy^3$ un polinomio homogéneo, determine el polinomio M(x, y) que debe agregarse al polinomio P(x, y) para que el polinomio resultante sea un polinomio homogéneo y completo, tal que la suma de sus coeficientes sea 7 y su valor numérico para x = 2 e y = - 1 sea 4.

A) $3x^2y^2-3y^5$ B) $6x^3y-8y^4$
C) $7x^3y-4y^4$ D) $2x^3-5y^4$
E) $4x^2y-5y^4$

Problema 331

Si a, b ∈ N tal que $a>b>3$ y

$P(x)=ab\,x^a y^{b+1}(x^{a+1}y^2+x^a y+x^{a-1}+x^{a-2}+x^{a-3}+...+x^2+x+1)$.

Determine el número de términos que le faltan respecto a x menos el número de términos que le faltan respecto a y para ser completo en cada caso.

A) $a-b-2$ B) $a-b+2$
C) $a-b+1$ D) $a-b-1$
E) $a-b$

Problema 332

Si $x\neq 0$ y $x^2-2x-1=0$, determine el valor de $E=x^8+\frac{1}{x^8}$.

A) 1124 B) 1134 C) 1144
D) 1154 E) 1164

Problema 333

Si:

$(x+2z+y)^2+(x+y-2z)^2=8(x+y)z$, determine el valor de:

$$E=\frac{(x-y)^3}{(z-y)^3}+\frac{(y-z)^3}{(z-x)^3}+\frac{(x+y)^3}{(2z)^3}$$

A) 10 B) 11 C) 13
D) 16 E) 64

Problema 334

Indique la suma de los coeficientes del resto que resulta de la división de $x^{40}+x+1$ por x^3+x^2+x+1.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Problema 335

Si $a-c+\frac{c^2}{a+b}=c-b$ calcule el valor de

$$M=\left(\frac{c-b}{a}\right)^2+2\left(\frac{c-a}{b}\right)+3\left(\frac{a+b}{c}\right)^2$$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

Problema 336

Sabiendo que tres números reales y positivos a, b y c cumple con:

$$\frac{1}{a}(b+c)+\frac{1}{b}(c+a)+\frac{1}{c}(a+b)=6$$

Simplifique: $E=\frac{(a+b+c)^3}{a^3+b^3+abc}$

A) $-\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{9}$ C) 1
D) 3 E) 9

Problema 337

Si $2a+3b+4c=0$, determine el valor de

$$E=\frac{(a+2b)^3+(b+3c)^3+(a+c)^3}{(a+2b)(b+3c)(a+c)}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6



Problema 338

Si $(x+1)$ y $(2x^2-3x-2)$ son factores del polinomio $P(x)=ax^4+cx^3-bx^2-cx+2$, entonces otro factor es:

A) $x+7$ B) $x-3$ C) $2x+1$
D) $x-1$ E) $3x-2$

Problema 339

Determine m.n, si se sabe que al dividir el polinomio $mx^4+4ax^3-5a^2x^2-3a^3x+na^4$ por $(x+a)$ la división resulta exacta, y al dividir por $(x-a)$ el resto sea igual a $2na^4$, $a\neq 0$.

A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

Problema 340

Si el polinomio $x^4+3x^3+mx^2+6x-n$ es divisible por x^2+3x-5. Determine: $(n+3m)^m$.

A) –3 B) –1 C) 0
D) 1 E) 10

Problema 341

Se desea que uno de los factores de x^3+Lx^2+Mx+N sea un polinomio de la forma x^2+sx+p. Calcule $\frac{L}{M}$.

A) $\frac{spN}{s-p}$ B) $\frac{s+p}{N+p}$ C) $\frac{sp+N}{sN+p^2}$

D) $\frac{sp+N}{p-N}$ E) $\frac{sp+N}{sN-p^2}$

Problema 342

En relación a la división

$(x^{m+1}+x^m-2)\div(x-1)^2$ ¿Cuáles de los siguientes enunciados son correctos?

I. Los coeficientes del cociente son enteros impares.
II. Es una división exacta.
III. La suma de los coeficientes del cociente es m2.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) Solo I y III E) I, II y III

Problema 343

Halle el residuo que resulta de dividir $(x-1)^{20}(x^2+x+3)$ por $(x-1)^{19}(x-2)$, dar como respuesta el término independiente.

A) –10 B) –9 C) –8
D) –7 E) –6

Problema 344

Determine el residuo de dividir $x^{30}+x+1$ por $(x^2-1)x$. Dar como respuesta la suma de los coeficientes.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Problema 345

Al dividir un polinomio $P^2(x)$ entre $(x-2)$, el resto es 5, al dividir $P^2(x)$ entre $(x-3)$ el resto es 7, entonces el resto de dividir $P^2(x)$ entre $(x-2)(x-3)$ es:

A) $2x$ B) $2x-1$ C) $2x+1$
D) $6x-1$ E) $5x+7$

Problema 346

Si el resto en la siguiente división es de la forma ax + b, halle a + b

$$\frac{(x^2+2x-1)^4-(x+1)^{11}+(2x+2)^2+3}{x^2+2x+2}$$

A) 82 B) 84 C) 85
D) 90 E) 92

Problema 347

Al dividir el polinomio P(x) entre (x^6-1) se obtuvo como resto $x^5-2x^4+x^3-3$, halle el resto de la división $P(x)\div(x^2-x+1)$

A) 3x + 2 B) 2x – 1 C) x + 5
D) x + 3 E) x – 3

Problema 348

Si un polinomio P(x) se divide entre x^2+x+1 el resto es 3x + 2; si el cociente se divide entre (x^3+7), el resto es $2x^2-x+3$. Halle el resto de la división de: P(x) entre $(x^2+x+1)\cdot(x^3+7)$. Dar como respuesta la suma de sus coeficientes:

A) 11 B) 13 C) 15
D) 17 E) 19

Problema 349

Un polinomio P(x) de segundo grado y coeficiente principal 1, al ser dividido entre x - 4 da como resultado un cociente Q(x) y un resto 2. Si se divide P(x), entre el cociente obtenido aumentado en 3, la división da de resto 20. Determine el resto de la división $P(x)\div(x+3)$.

A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

Problema 350

Respecto al polinomio

$P(x)=x^4+7x^3+14x^2+7x+1$ se tiene las siguientes afirmaciones:

I. En el conjunto de los números racionales Q, P(x) tiene dos factores propios, distintos de un polinomio constante.
II. En el conjunto de los enteros Z P(x) tiene dos factores propios distintos de un polinomio constante.
III. En el conjunto de los números reales R, P(x) tiene dos factores propios distintos de un polinomio, constante.

¿Cuáles de las afirmaciones son verdaderas?

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) Solo I y II E) I, II y III

Problema 351

Un polinomio de sexto grado tiene raíz cuadrada exacta, es divisible separadamente por (x^2+1) y $(x+3)$ y si se le divide por $(x+2)$ el resto es 225. Halle la suma de sus coeficientes.

A) 371 B) 396 C) 436
D) 536 E) 576

Problema 352

Halle el quinto término del desarrollo del cociente notable de:

$$\frac{x^{12a-4}-y^{9a-3}}{x^{a-3}+y^{a-4}}$$

A) $-x^{64}y^9$ B) $x^{60}y^{12}$ C) $-x^{60}y^{15}$
D) $x^{56}y^{21}$ E) $-x^{60}y^{12}$



Problema 353

Si el quinto término del cociente notable:

$\dfrac{a^{4^x}-b^{4^x}}{a^{5^y-9}-b^{5^y-9}}$ es $a^{176}b^{64}$ ¿Cuál es el número de términos del cociente?

A) 8 B) 12 C) 16
D) 24 E) 32

Problema 354

Si la siguiente expresión es un cociente notable $\dfrac{x^{k+n}y^{kn}-y^{k^3+n^3+kn}}{(xy)^{kn}-y^{k^2+n^2}}$, entonces k y n cumplen:

A) kn = 1 B) kn = 2 C) kn = 3
D) kn = 4 E) kn = 6

Problema 355

En el desarrollo del cociente notable $\dfrac{(a+b)^n-(a-b)^n}{ab+b^2}$ uno de los términos es $2(a^2-b^2)^5$. Determine el valor de n.

A) 8 B) 11 C) 12
D) 13 E) 17

Problema 356

Si uno de los términos del desarrollo del cociente notable $\dfrac{x^m-y^{m+n}}{x^2y^{m-1}-y^{m+4}}$ es x^{50}.

Halle el valor de T = n - m.

A) 23 B) 35 C) 43
D) 54 E) 129

Problema 357

En el desarrollo del cociente notable $\dfrac{(x+1)^{11}+(x-1)^{11}}{x}$ se obtiene un término de la forma $-a(x^2-1)^b$, entonces a + b es:

A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 10

Problema 358

Si $x^4+\dfrac{1}{x^4}=34$. Determine el valor de T, siendo $T=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(x^6+\dfrac{1}{x^6}\right)\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)$

A) 2500 B) 2850 C) 2960
D) 3520 E) 3960

Problema 359

Factorizar e indicar uno de los factores de

$P(x;y)=(x^2-y^2+1)^2+4x^2y^2-4(x^2+y^2)$

A) x^2+y^2+2y+1

B) x^2-y^2+2y-1

C) x^2+y^2-2y+1

D) x^2+y^2-2y-1

E) x^2-y^2+2y-1

Problema 360

Si el polinomio

$P(x)=x^{12}-6x^8+5x^4+2x^6-6x^2+1$

es factorizable, entonces un factor es:

A) x^6+x^2+1 B) x^6+5x^2+1

C) x^6-5x^2-1 D) x^6-x^2-1

E) x^6-5x^2+1

Problema 361

Uno de los factores primos de:

$a^3\cdot(b-c)^3+b^3(c-a)^3+c^3(a-b)^3$ es:

A) 2a - b B) 3c - ab C) a - b
D) 2b - a E) c - 3a

Problema 362

Factorice P(a) sobre los racionales, si $P(a)=(a+1)(a-2)(a+3)(a-4)+21$ y halle la suma de los términos lineales de todo sus factores primos.

A) –5a B) –4a C) –3a
D) –2a E) a

Problema 363

Halle la suma de coeficientes de un factor primo de

$P(x)=(1+x^2)(1-x^2)^2+(x-x^2)^2$

A) –2 B) –1 C) 1
D) 2 E) 3

Problema 364

En relación al polinomio:

$$P(x)=128x^3+352x^2+82x+5$$

Cuáles de los siguientes enunciados son correctos:

I. Tiene tres factores primos diferentes.
II. La suma de los factores primos es: 10x+7
III. Una raíz es $-\frac{5}{4}$.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) ninguna es correcta

Problema 365

En relación a los polinomios

$A(x)=x^3+2x^2+x+12$

$B(x)=x^3+3x^2+16$

¿Cuáles de los siguientes enunciados son correctos?

I. El M.C.D. es x^2-x+4
II. El M.C.M. es un polinomio de quinto grado.
III. La suma de los factores primos de $A(x)+B(x)$ es x^2+x+11.

A) solo I B) I y III C) solo II
D) solo III E) I y II

Problema 366

Se consideran dos polinomios no nulos P(x) y Q(x). Decir el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si $P(x)=(x+1)\,Q(x)$, entonces $(x+1)$ es un factor del M.C.M. (P; Q).
II. Si $Q(x)=(x+4)\,P(x)$, entonces $(x+4)$ es un factor del M.C.D. (P; Q).
III. Si $P(x)=Q(x)-3$ y $Q(2)=3$, entonces $(x-2)$ es un factor del M.C.M (P; Q)

A) VVV B) VFV C) FVV
D) VFF E) FVF

Problema 367

El producto de dos polinomios es $(x^2-1)^2$ y el cociente del mínimo común múltiplo y del máximo común divisor de estos polinomios, es $(x-1)^2$, halle el máximo común divisor.

A) $x+1$ B) x^2-1 C) x^2+1
D) $x-1$ E) $(x+1)^2$



Problema 368

Calcular A.B si el siguiente polinomio:

$$P(x)=Ax^4+Bx^3+5x^2-4x+4$$

tiene raíz cuadrada exacta

A) –16 B) –4 C) –2
D) 2 E) 4

Problema 369

Halle la raíz cuadrada de:

$$2x-1+2\sqrt{x^2-x-6}$$

A) $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-2}$

B) $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-3}$

C) $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}$

D) $\sqrt{x-3}-\sqrt{x+2}$

E) $\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}$

Problema 370

Si $x=n\left(\dfrac{\sqrt[n]{n+\sqrt{n^2-4}}+\sqrt[n]{2}}{\sqrt[n]{n+\sqrt{n^2-4}}-\sqrt[n]{2}}\right)$

Calcule $E=\left(\dfrac{x+n}{x-n}\right)^n+\left(\dfrac{x-n}{x+n}\right)^n$

A) $\sqrt[n]{n}$ B) $\dfrac{\sqrt{n}}{n}$ C) $\dfrac{n}{2}$

D) $\sqrt{n}$ E) n

Problema 371

Dar el denominador, después de racionalizar y simplificar:

$$E=\frac{2}{9+\sqrt{45}+\sqrt{63}+\sqrt{35}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 372

Simplificar $E=\dfrac{\sqrt[12]{5\sqrt{2}-7}\cdot\sqrt[6]{1+\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}\cdot\sqrt[8]{3+2\sqrt{2}}}$

A) $\sqrt[3]{2}-1$ B) $\sqrt{2}-1$ C) 1

D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt[6]{2}$

Problema 373

Luego de racionalizar y simplificar

$$M=\frac{65}{(\sqrt[5]{3}+1)(\sqrt[5]{9}-\sqrt[5]{3}+1)-\sqrt[5]{3}}$$

se obtiene como denominador

A) 5 B) 13 C) 17
D) 221 E) 443

Problema 374

Determine el valor de:

$$M=\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$$

A) 1 B) 4 C) 11
D) 19 E) 37

Problema 375

Racionalizar

$$E=\frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}-2}$$

A) $\sqrt[3]{2}+1$ B) $\sqrt[3]{2}-1$ C) $\sqrt[3]{4}+1$

D) $\sqrt[3]{4}-1$ E) $-\sqrt[3]{2}-1$

Problema 376

¿Cuantos polinomios de la forma

$P(x; y) \equiv x^{n-2} + nx^n y - y^{6-n}$ existen?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 377

Determine el término independiente de x en el siguiente polinomio mónico lineal:

$$P(x) \equiv (a-3)x^2 + (a-b+1)x + ab$$

A) 6 B) –6 C) 9
D) –9 E) 12

Problema 378

Determine la suma de coeficientes del siguiente polinomio completo:

$$P(x) \equiv ax^b + bx^a - ab$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 379

Si $P(x) \equiv x^3 + x - 1$. Calcular:

$P(2015) + P(2013) + P(-2013) + P(-2015)$

A) 4 B) –4 C) 0 D) –2 E) 2

Problema 380

Si el siguiente polinomio:

$P(x) \equiv (a-1)x^2 + (b+2)x + c - 3$

Se anula para más de dos valores de "x". Calcular "a – b + c"

A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) 8

Problema 381

Si $x_1 \wedge x_2$ son las raíces de la ecuación $x^2 - 4x + 2 = 0$. Calcular: $x_1^{-3} + x_2^{-3}$

A) 20 B) 10 C) 5
D) 2 E) 1

Problema 382

Dadas las condiciones:

I. $5x^2 - (n-4)x + m + 2 = 0$ tiene raíces simétricas.

II. $(2m-3)x^2 + mnx + 7 = 0$ tiene raíces reciprocas.

Formar la cuádratica en x de raíces (n – 2) y (m +

A) $x^2 + 9x + 14 = 0$
B) $x^2 - 9x + 14 = 0$
C) $x^2 + 9x - 14 = 0$
D) $x^2 - 9x - 14 = 0$
E) $x^2 - 9x + 20 = 0$

Problema 383

Calcular "m" si en la cuadrática en x:

$(5m+1)x^2 - (1-3m)x + m - 4 = 0$

La suma y el producto de raíces son iguales.

A) 0,50 B) 0,75 C) 1,50
D) 1,25 E) 1,75

Problema 384

Calcular "m – n" si las cuadráticas en x son equivalentes:

$$(m+3)x^2 + 10x - 1 = 0$$
$$2x^2 - 5x + n + 1 = 0$$

A) 1,5 B) 2,5 C) 3,5
D) 4,5 E) 5,5

Problema 385

Determine el menor valor natural "k" de modo que la cuadrática en x:

$$kx^2 - (2k-3)x + k + 1 = 0$$

Presente dos raíces complejas.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Claves

PROBLEMAS PROPUESTOS

1	[illegible]	41	C	81	C	121	E	161	E	201	E	241	D	281	E	321	A	361	C
2	D	42	C	82	E	122	E	162	B	202	E	242	E	282	B	322	D	362	D
3	C	43	D	83	E	123	B	163	D	203	D	243	E	283	C	323	B	363	E
4	B	44	B	84	C	124	E	164	B	204	C	244	C	284	D	324	E	364	A
5	C	45	B	85	B	125	C	165	E	205	B	245	D	285	B	325	C	365	B
6	A	46	D	86	E	126	D	166	C	206	C	246	A	286	D	326	D	366	B
7	D	47	C	87	C	127	D	167	E	207	E	247	C	287	D	327	C	367	A
8	A	48	D	88	D	128	C	168	C	208	C	248	A	288	A	328	D	368	C
9	A	49	B	89	C	129	A	169	B	209	E	249	D	289	A	329	A	369	B
10	C	50	A	90	E	130	D	170	C	210	A	250	C	290	B	330	C	370	E
11	D	51	A	91	E	131	E	171	C	211	E	251	D	291	D	331	D	371	D
12	A	52	C	92	D	132	C	172	D	212	D	252	A	292	A	332	D	372	C
13	A	53	B	93	A	133	A	173	E	213	E	253	C	293	C	333	A	373	C
14	B	54	D	94	B	134	C	174	E	214	A	254	B	294	B	334	D	374	B
15	E	55	A	95	A	135	C	175	A	215	D	255	C	295	C	335	D	375	E
16	E	56	B	96	E	136	C	176	B	216	D	256	C	296	B	336	E	376	E
17	C	57	D	97	E	137	C	177	B	217	E	257	D	297	C	337	C	377	C
18	B	58	D	98	B	138	D	178	D	218	B	258	B	298	B	338	D	378	A
19	D	59	E	99	D	139	E	179	C	219	B	259	C	299	C	339	C	379	E
20	D	60	B	100	C	140	D	180	B	220	D	260	D	300	A	340	D	380	D
21	E	61	E	101	D	141	B	181	D	221	A	261	A	301	E	341	C	381	C
22	C	62	E	102	A	142	A	182	B	222	B	262	D	302	C	342	D	382	B
23	[illegible]	63	D	103	E	143	C	183	E	223	C	263	C	303	E	343	B	383	D
24	A	64	E	104	C	144	B	184	B	224	C	264	B	304	A	344	D	384	C
25	A	65	C	105	A	145	B	185	C	225	C	265	C	305	E	345	C	385	A
26	A	66	B	106	A	146	C	186	C	226	C	266	E	306	E	346	A		
27	B	67	B	107	B	147	B	187	B	227	C	267	C	307	C	347	E		
28	D	68	D	108	A	148	C	188	C	228	C	268	D	308	C	348	D		
29	B	69	D	109	D	149	A	189	D	229	C	269	C	309	B	349	C		
30	A	70	A	110	C	150	D	190	D	230	C	270	B	310	B	350	D		
31	C	71	C	111	B	151	E	191	B	231	B	271	B	311	C	351	E		
32	D	72	C	112	E	152	E	192	E	232	B	272	B	312	C	352	B		
33	D	73	C	113	C	153	C	193	C	233	C	273	B	313	A	353	C		
34	A	74	D	114	C	154	D	194	B	234	D	274	C	314	D	354	A		
35	D	75	A	115	D	155	D	195	C	235	C	275	C	315	B	355	C		
36	C	76	B	116	C	156	B	196	E	236	E	276	A	316	B	356	C		
37	E	77	E	117	D	157	D	197	E	237	E	277	C	317	C	357	C		
38	E	78	B	118	B	158	C	198	D	238	A	278	B	318	B	358	E		
39	A	79	C	119	A	159	E	199	E	239	A	279	C	319	C	359	A		
40	C	80	A	120	A	160	E	200	C	240	C	280	E	320	A	360	E		

- División de polinomios
- Métodos para efectuar una división entre polinomios
- Teorema del resto
- Divisibilidad entre polinomios
- Divisiones notables
- Estudio de los cocientes notables
- Fórmula del término de lugar $k(t_k)$ en un cociente notable
- Factorización de polinomios en $\mathbb{Z}$
- Método de factorización
- Mínimo común divisor (M.C.D)
- Mimo común múltiplo (M.C.M)
- Reglas para determinar el MCD y el MCM
- Fracción algebraica
- Operaciones con fracciones
- Descomposición de una fracción en adición de fracciones parciales
- Problemas resueltos
- Problemas propuestos

Colección Lambda

- **Lógica y conjuntos.**
- **Expresiones algebraicas I.**
- **Expresiones algebraicas II.**
- **Radicación y potenciación.**
- **Análisis combinatorio, probabilidades.**
- **Números complejos.**
- **Ecuaciones I.**
- **Ecuaciones II.**
- **Números reales, desigualdades e inecuaciones.**
- **Relaciones y funciones.**
- **Función exponencial y logarítmica.**
- **Limites y derivadas**
- **Sucesiones y series.**
- **Matrices y determinantes.**
- **Introducción a la programación lineal en $\mathbb{R}^2$**





Megabyte®
GRUPO EDITORIAL
Jr. Rufino Torrico 889 Of. 208 - Cercado de Lima
Telefax: 332-4110 / 726-4141
RPC: 989-101631 / 997-894292 RPM: #995-739126
www.editorialmegabyte.com